

Kumpulan Rumus Cepat

UJIAN NASIONAL

TAHUN PELAJARAN 2011/2012

Disusun Per Bab Dilengkapi Penyelesaian Cara Biasa



Matematika SMA

(Program Studi IPA/IPS/BAHASA)

Written by:
Mr. Big Method

Distributed by:
Pak Anang

Daftar Isi

Halaman

A. Persamaan Kuadrat	2
B. Fungsi Kuadrat	33
C. Pertidaksamaan	53
D. Statistika	73
E. Program Linear.....	93
F. Komposisi Fungsi	105
G. Trigonometri	121
H. Eksponensial.....	149
I. Logaritma	161
J. Peluang.....	177
K. Matriks.....	185
L. Limit Fungsi	201
M. Turunan.....	225
N. Barisan dan Deret.....	245

Persamaan Kuadrat

Soal

1. UMPTN 1991

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya kebalikan dari akar-akar persamaan $2x^2 - 3x + 5 = 0$ adalah..

- A. $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- B. $2x^2 + 3x + 5 = 0$
- C. $3x^2 - 2x + 5 = 0$
- D. $3x^2 - 5x + 2 = 0$
- E. $5x^2 - 3x + 2 = 0$

Jawaban : E

Solusi Biasa

□ Missal akar-akar $2x^2 - 3x + 5 = 0$ x_1 dan x_2 . maka Persamaan baru akar-akarnya $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$

□ $\alpha = \frac{1}{x_1}$ dan $\beta = \frac{1}{x_2}$

$$\alpha + \beta = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = \frac{3}{5}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{a}{c} = \frac{2}{5}$$

□ Gunakan Rumus :

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$$


$$x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{2}{5} = 0$$

$$5x^2 - 3x + 2 = 0$$

Info Smart

☞ Persamaan kuadrat yang akar-akarnya **kebalikan** dari akar-akar $ax^2 + bx + c = 0$ Adalah :
 $cx^2 + bx + a = 0$
 (Kunchi : posisi **a** dan **c** di tukar)

☞ Jika akar-akar yang diketahui x_1 dan x_2 maka, kebalikan akar-akarnya berbentuk : $\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$



Smart

☞ Perhatikan terobosannya

$$2x^2 - 3x + 5 = 0$$

di tuker ..aja..OK !

$$5x^2 - 3x + 2 = 0$$



Persamaan Kuadrat

Soal

2. Prediksi UAN/SPMB

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya berlawanan dengan akar-akar persamaan $5x^2 - 8x + 6 = 0$ adalah..

- A. $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- B. $2x^2 + 3x + 5 = 0$
- C. $5x^2 - 6x + 8 = 0$
- D. $5x^2 + 8x + 6 = 0$
- E. $5x^2 - 8x - 6 = 0$

Jawaban : D

Solusi Biasa

□ Missal akar-akar :
 $5x^2 - 8x + 6 = 0$, x_1 dan x_2 .
 maka Persamaan baru akar-akarnya $-x_1$ dan $-x_2$

□ $\alpha = -x_1$ dan $\beta = -x_2$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -x_1 - x_2 \\ &= -(x_1 + x_2) \\ &= -\frac{-b}{a} = \frac{b}{a} = \frac{-8}{5} \\ \alpha \cdot \beta &= -x_1 \cdot (-x_2) = x_1 \cdot x_2 \\ &= \frac{c}{a} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

□ Gunakan Rumus :

$$\begin{aligned} x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta &= 0 \\ x^2 - \frac{-8}{5}x + \frac{6}{5} &= 0 \\ 5x^2 + 8x + 6 &= 0 \end{aligned}$$

Info Smart

- ☞ Persamaan kuadrat yang akar-akarnya **BERLAWANAN** dari akar-akar $ax^2 + bx + c = 0$ adalah : **$ax^2 - bx + c = 0$** (Kunchi : Tanda **b** berubah)
- ☞ Jika akar-akar yang diketahui x_1 dan x_2 maka, **Lawan** akar-akarnya berbentuk $-x_1$ dan $-x_2$



☞ Perhatikan terobosannya :

$$\begin{aligned} 5x^2 - 8x + 6 &= 0 \\ &\downarrow \text{berubah...!} \\ 5x^2 + 8x + 6 &= 0 \end{aligned}$$

Persamaan Kuadrat

Soal

3. UMPTN 2001/B

Persamaan kuadrat yang masing-masing akarnya tiga kali dari akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + px + q = 0$ adalah....

- A. $2x^2 + 3px + 9q = 0$
- B. $2x^2 - 3px + 18q = 0$
- C. $x^2 - 3px + 9q = 0$
- D. $x^2 + 3px - 9q = 0$
- E. $x^2 + 3px + 9q = 0$

Solusi Biasa

□ Missal akar-akar :
 $x^2 + px + q = 0$
 x_1 dan x_2 . maka Persamaan baru akar-akarnya $3x_1$ dan $3x_2$

□ Misal : $\alpha = 3x_1$ dan $\beta = 3x_2$
 $\alpha + \beta = 3x_1 + 3x_2$
 $= 3(x_1 + x_2)$
 $=$

$$3. \frac{-b}{a} = \frac{-3p}{1} = -3p$$

$$\alpha \cdot \beta = 3x_1 \cdot 3x_2 = 9(x_1 \cdot x_2)$$

$$= 9. \frac{c}{a} = \frac{9q}{1} = 9q$$

□ Gunakan Rumus :
 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$
 $x^2 - (-3p)x + 9q = 0$
 $x^2 + 3px + 9q = 0$

Jawaban : E

Info Smart

📁 Persamaan kuadrat yang akar-akarnya n kali (artinya : nx_1 dan nx_2) akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ adalah :
 $ax^2 + n.bx + n^2.c = 0$

👉 Tiga kali, maksudnya :
 $3x_1$ dan $3x_2$



Smart

👉 Perhatikan terobosannya

$$\begin{array}{c}
 x^2 + px + q = 0 \\
 \begin{array}{ccc}
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 n = 3 & & \\
 \rightarrow \text{kalikan} & 3 & 3^2 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 x^2 + 3px + 9q = 0
 \end{array}
 \end{array}$$

○ Soal

4. UMPTN 1997

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua lebih besar dari akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah....

- A. $3x^2 - 24x + 38 = 0$
 B. $3x^2 + 24x + 38 = 0$
 C. $3x^2 - 24x - 38 = 0$
 D. $3x^2 - 24x + 24 = 0$
 E. $3x^2 - 24x - 24 = 0$

Solusi Biasa

- Missal akar-akar :
 $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah
 x_1 dan x_2 . maka Persamaan baru akar-akarnya x_1+2 dan x_2+2

- $\alpha = x_1+2$ dan $\beta = x_2+2$

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= x_1+2 + x_2+2 \\ &= (x_1 + x_2) + 4 \\ &= \end{aligned}$$

$$-\frac{b}{a} + 4 = -\frac{-12}{3} + 4 = 8$$

$$\begin{aligned}\alpha \cdot \beta &= (x_1+2)(x_2+2) \\ &= (x_1 \cdot x_2) + 2(x_1+x_2) + 4\end{aligned}$$

$$= \frac{c}{a} + 2\left(-\frac{b}{a}\right) + 4$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{24}{3} + 4 = \frac{38}{3}$$

- Gunakan Rumus :
 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$

$$x^2 - 8x + \frac{38}{3} = 0$$

$$3x^2 - 24x + 38 = 0$$

Jawaban : A

Info Smart

- ✎ Persamaan kuadrat yang akar-akarnya k lebihnya ($x_1 + k$) dan ($x_2 + k$) dari akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ adalah :
 $a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$

- ✎ Dua lebih besar,
maksudnya :
 x_1+2 dan x_2+2



Smart

- ✎ Perhatikan terobosannya :

$$3(x-2)^2 - 12(x-2) + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 4x + 4) - 12x + 24 + 2 = 0$$

$$3x^2 - 24x + 38 = 0$$

Persamaan Kuadrat

Soal

5. PREDIKSI UAN/SPMB

Persamaan kuadrat $2x^2 - 3x + 5 = 0$ akar-akarnya α dan β , maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $-\frac{1}{\alpha}$ dan

$-\frac{1}{\beta}$ adalah.....

- A. $x^2 - 24x + 3 = 0$
- B. $x^2 + 24x + 3 = 0$
- C. $5x^2 + 3x + 2 = 0$
- D. $5x^2 - 3x + 2 = 0$
- E. $5x^2 - 2x - 2 = 0$

Solusi Biasa

□ Persamaan $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$$

$$J = \text{Jumlah} = -\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}$$

$$= -\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta}\right) = -\frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{3}{5}$$

$$K = \text{Kali} = \left(-\frac{1}{\beta}\right)\left(-\frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \frac{1}{\alpha \cdot \beta} = \frac{a}{c} = \frac{2}{5}$$

□ Gunakan Rumus :

$$x^2 - Jx + K = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{2}{5} = 0$$

$$5x^2 + 3x + 2 = 0$$

Jawaban : C

Info Smart

✎ akar-akar $-\frac{1}{\alpha}$ dan $-\frac{1}{\beta}$

Ditulis :

Berlawanan ←

Berkebalikan ←



Smart

✎ Perhatikan terobosannya :
 $2x^2 - 3x + 5 = 0$

Berkebalikan :

$$5x^2 - 3x + 2 = 0$$

Berlawanan :

$$5x^2 + 3x + 2 = 0$$

Persamaan Kuadrat

Soal

6. **EBTANAS 2002/PI/No.1**

Persamaan kuadrat $x^2 + (m - 2)x + 9 = 0$ akar-akarnya nyata. Nilai m yang memenuhi adalah...

- A. $m \leq -4$ atau $m \geq 8$
- B. $m \leq -8$ atau $m \geq 4$
- C. $m \leq -4$ atau $m \geq 10$
- D. $-4 \leq m \leq 8$
- E. $-8 \leq m \leq 4$

Solusi Biasa

📁 Persamaan kuadrat :

$$x^2 + (m - 2)x + 9 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = m - 2$$

$$c = 9$$

mempunyai dua akar nyata,

maka $D \geq 0$

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

$$(m - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 \geq 0$$

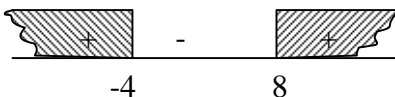
$$m^2 - 4m - 32 \geq 0$$

$$(m - 8)(m + 4) \geq 0$$

Pembuat nol :

$$m = 8 \text{ atau } m = -4$$

Garis Bilangan :



Jadi : $m \leq -4$ atau $m \geq 8$

Jawaban : A

Info Smart

📁 $ax^2 + bx + c = 0$

$D \geq 0 \rightarrow$ syarat kedua akarnya

Nyata,

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

📁 ≥ 0 , artinya : bil.kecil "atau" bil.besar



Smart

📁 $x^2 + (m - 2)x + 9 = 0$

$$D \geq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$$

$$(m - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 \geq 0$$

$$m^2 - 4m - 32 \geq 0$$

$$(m - 8)(m + 4) \geq 0$$

Karena Pertidaksamaannya

≥ 0 , maka :

Jadi : $m < -4$ atau $m > 8$

Persamaan Kuadrat

Soal

7. **EBTANAS 2003/P2/No.1**

Persamaan kuadrat $(k+2)x^2 - (2k-1)x + k - 1 = 0$ akar-akarnya nyata dan sama. Jumlah kedua akar persamaan tersebut adalah...

- A. $\frac{9}{8}$
 B. $\frac{8}{9}$
 C. $\frac{5}{2}$
 D. $\frac{2}{5}$
 E. $\frac{1}{5}$

Solusi Biasa

$(k+2)x^2 - (2k-1)x + k - 1 = 0$
 $a = k+2$
 $b = -(2k-1)$
 $c = k-1$
 $D = 0$, syarat
 $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$
 $(2k-1)^2 - 4(k+2)(k-1) = 0$
 $4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 - 4k + 8 = 0$
 $\Leftrightarrow k = \frac{9}{8}$

Info Smart

$ax^2 + bx + c = 0$
 $D = 0 \rightarrow$ syarat kedua akar-nya Nyata dan sama
 $Jumlah\ akar-akarnya :$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$



Smart

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2k-1}{k+1} = \frac{\frac{9}{4}-1}{\frac{9}{8}+1} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

JAWABAN : D

Persamaan Kuadrat

Soal

8. **EBTANAS 1995**

Jumlah kebalikan akar-akar persamaan

$3x^2 - 9x + 4 = 0$ adalah....

A. $-\frac{4}{9}$

B. $-\frac{3}{4}$

C. $-\frac{9}{4}$

D. $\frac{9}{4}$

E. $\frac{3}{4}$

Solusi Biasa

✉ $3x^2 - 9x + 4 = 0$, misal akar-akarnya x_1 dan x_2 maka :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$= \frac{-b}{c}$$

$$= \frac{-9}{4}$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$= \frac{9}{4}$$

JAWABAN : D

Info Smart

✉ Jika akar-akar x_1 dan x_2 , maka yang dimaksud "Jumlah Kebalikan" adalah

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$



Smart

✉ $3x^2 - 9x + 4 = 0$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

$$= -\frac{-9}{4} = \frac{9}{4}$$

Persamaan Kuadrat

Soal

9. PREDIKSI UAN/SPMB

Bila jumlah kuadrat akar-akar persamaan :

$x^2 - (2m + 4)x + 8m = 0$ sama dengan 52 maka salah satu nilai m adalah....

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 6
- E. 9

Solusi Biasa

✎ $x^2 - (2m + 4)x + 8m = 0$

$$x_1 + x_2 = 2m + 4$$

$$x_1 x_2 = 8m$$

✎ Jika akar-akar x_1 dan x_2 , maka yang dimaksud “Jumlah kuadrat” adalah $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$

✎ $x_1^2 + x_2^2 = 52$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 52$$

$$(2m + 4)^2 - 2(8m) = 52$$

$$4m^2 + 16m + 16 - 16m = 52$$

$$4m^2 = 36$$

$$m^2 = 9$$

$$m = 3 \text{ atau } m = -3$$

JAWABAN : B

Info Smart

✎ Jumlah Kuadrat

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$



Smart

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$52 = \frac{(2m + 4)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 8m}{1^2}$$

$$4m^2 + 16m + 16 - 16m = 52$$

$$4m^2 = 36 \Rightarrow m^2 = 9$$

$$m = \pm 3$$

Persamaan Kuadrat

Soal

10. **EBTANAS 2000**

Persamaan $x^2 - 8x + k = 0$ mempunyai akar-akar yang berbanding seperti 3 : 1, harga k adalah...

- A. 10
- B. 12
- C. 16
- D. 8
- E. -8

Solusi Biasa

📁 Persamaan $x^2 - 8x + k = 0$
 $x_1 : x_2 = 3 : 1$ atau
 $x_1 = 3x_2 \dots\dots(i)$

✂ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 8$
 $3x_2 + x_2 = 8$
 $4x_2 = 8$ berarti $x_2 = 2$

✂ $x_2 = 2$ substitusi ke (i)
 $x_1 = 3.2 = 6$

✂ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = k$
 $6.2 = k$ berarti $k = 12$

JAWABAN : B

Info Smart

📁 Jika Persamaan :
 $ax^2 + bx + c = 0$,
 mempunyai perban -dingan $m : n$,
 maka ;

$$c = \frac{b^2(m.n)}{a(m+n)^2}$$



Smart

📁 $x^2 - 8x + k = 0$
 .Perbandingan 3 : 1
 $k = \frac{(-8)^2 \cdot (3.1)}{1 \cdot (3+1)^2} = \frac{64.3}{16} = 12$

Soal

Persamaan Kuadrat

11. PREDIKSI UAN/SPMB

Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x - p = 0$ adalah x_1 dan x_2 , jika $x_1 - x_2 = 5$, maka nilai $p^2 - 2p$ adalah...

- A. 42
- B. 46
- C. 48
- D. 64
- E. 72

Solusi Biasa

$$\text{✎ } 2x^2 - 6x - p = 0$$

$$x_1 - x_2 = 5$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{p}{2}$$

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$$

$$5^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2 \cdot \left(-\frac{p}{2}\right)$$

$$25 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + p$$

$$25 = 3^2 - 2\left(-\frac{p}{2}\right) + p$$

$$25 = 9 + p + p$$

$$2p = 16$$

$$p = 8$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } p^2 - 2p &= 64 - 2 \cdot 8 \\ &= 64 - 16 \\ &= 48 \end{aligned}$$

JAWABAN : C

Info Smart

✎ Jika akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, x_1 dan x_2 maka :

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a} \text{ atau}$$

$$\text{✎ } x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$



Smart



$$\text{✎ } 2x^2 - 6x - p = 0$$

$$x_1 - x_2 = 5$$

$$5 = \frac{\sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-p)}}{2}$$

$$10 = \sqrt{36 + 8p}$$

$$100 = 36 + 8p, \text{ berarti } p = 8$$

$$p^2 - 2p = 64 - 2 \cdot 8$$

$$= 64 - 16 = 48$$

Persamaan Kuadrat

Soal

12. PREDIKSI UAN/SPMB

Supaya persamaan $x^2 + ax + a = 0$ mempunyai dua akar berlainan, harga a harus memenuhi...

- A. $a \leq 0$ atau $a \geq 4$
- B. $0 \leq a \leq 4$
- C. $a < 0$ atau $a > 4$
- D. $0 < a < 4$
- E. $0 < a < 1$

Solusi Biasa

✎ $x^2 + ax + a = 0$
kedua akar berlainan,
syarat $D > 0$ atau :
 $b^2 - 4ac > 0$
 $a^2 - 4a > 0$
 $a(a - 4) > 0$
Karena > 0 artinya
terpisah.
Jadi : $a < 0$ atau $a > 4$

Mudah..... !

JAWABAN : C

Info Smart

✎ Jika $ax^2 + bx + c = 0$, Kedua akarnya berlainan maka : $D > 0$ atau $b^2 - 4ac > 0$

✎ ≥ 0
 > 0 , artinya **terpisah**
Jadi : **kecil** "atau" **besar**



Smart

Persamaan Kuadrat

Soal

13. PREDIKSI SPMB

Jika akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 2ax + a - 2 = 0$ tidak sama tandanya, maka....

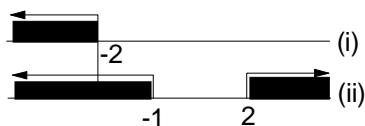
- A. $a < -1$ atau $a > 2$
- B. $-1 < a < 2$
- C. $-2 < a < 2$
- D. $-2 < a < 1$
- E. $a < -2$

Solusi Biasa

✉ $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$
berlainan tanda, syaratnya :

(i) $x_1 \cdot x_2 < 0$
 $a + 2 < 0$, berarti $a < -2$

(ii) $D > 0$
 $4a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a + 2) > 0$
 $4a^2 - 4a - 8 > 0$
 $a^2 - a - 2 > 0$
 $(a - 2)(a + 1) > 0$
 $a < -1$ atau $a > 2$

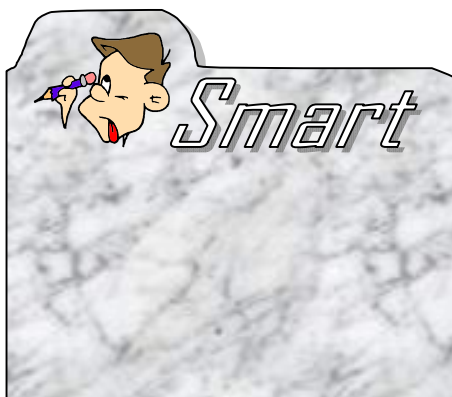


Jadi : $a < -2$

JAWABAN : E

Info Smart

✉ Jika akar-akar :
 $ax^2 + bx + c = 0$,
tidak sama tandanya ,
maka :
(i) $x_1 \cdot x_2 < 0$ dan
(ii) $D > 0$



Soal

Persamaan Kuadrat

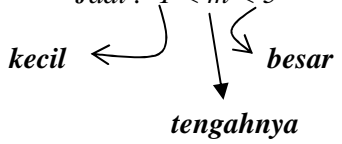
14. PREDIKSI UAN/SPMB

Agar supaya kedua akar dari $x^2+(m+1)x+2m-1=0$ tidak real, maka haruslah...

- A. $m < 1$ atau $m > 5$
- B. $m \leq 1$ atau $m \geq 5$
- C. $m > 1$
- D. $1 \leq m \leq 5$
- E. $1 < m < 5$

Solusi Biasa

$$\begin{aligned}
 \text{Dik} & x^2+(m+1)x+2m-1=0 \\
 D & < 0 \\
 (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2m-1) & < 0 \\
 m^2+2m+1-8m+4 & < 0 \\
 m^2-6m+5 & < 0 \\
 (m-1)(m-5) & < 0 \\
 & < 0, \text{ artinya } \textit{terpadu} \\
 \text{Jadi : } & 1 < m < 5
 \end{aligned}$$



JAWABAN : E

Info Smart

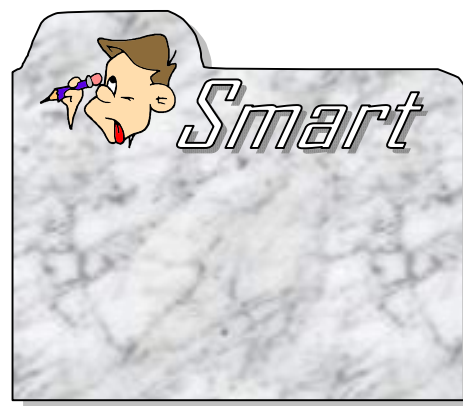
Supaya kedua akar $ax^2+bx+c=0$ imajiner atau tidak real, maka : $D < 0$

$D = b^2 - 4ac$

< 0

≤ 0 , artinya *terpadu*

Jadi :
kecil "tengahnya" besar



Soal

Persamaan Kuadrat

15. PREDIKSI SPMB

Jika salah satu akar $x^2 + px + q = 0$ adalah dua kali akar yang lain, maka antara p dan q terdapat hubungan...

- A. $p = 2q^2$
- B. $p^2 = 2q$
- C. $2p^2 = 9q$
- D. $9p^2 = 2q$
- E. $p^2 = 4q$

Solusi Biasa

📁 $x^2 + px + q = 0$, akar-akarnya dua kali akar yang lain, artinya : $x_1 = 2x_2$

📁
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -p$$

$$2x_2 + x_2 = -p$$

$$3x_2 = -p \text{ atau } x_2 = -\frac{p}{3}$$

📁
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = q$$

$$2x_2 \cdot x_2 = q$$

$$2\left(-\frac{p}{3}\right)\left(-\frac{p}{3}\right) = q$$

$$\frac{2p^2}{9} = q$$

$$2p^2 = 9q$$

JAWABAN : C

Info Smart

📁 Jika akar-akar Persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, mempunyai perbandingan $m : n$, maka

$$c = \frac{b^2(m.n)}{a(m+n)^2}$$



Smart

📁 $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 = 2x_2 \text{ atau}$$

$$x_1 : x_2 = 2 : 1$$

📁
$$q = \frac{p^2(2.1)}{1.(2+1)^2}$$

$$9q = 2p^2$$

Persamaan Kuadrat

Soal

16. PREDIKSI UAN/SPMB

Jika salah satu akar persamaan $ax^2 + 5x - 12 = 0$ adalah 2, maka

- A. $a = \frac{1}{2}$, akar yang lain -12
- B. $a = \frac{1}{4}$, akar yang lain 12
- C. $a = \frac{1}{3}$, akar yang lain -12
- D. $a = \frac{2}{3}$, akar yang lain 10
- E. $a = \frac{1}{2}$, akar yang lain -10

Solusi Biasa

✉ Persamaan $ax^2 + 5x - 12 = 0$
 salah satu akarnya $x_1 = 2$,
 maka : $a(2)^2 + 5 \cdot 2 - 12 = 0$
 $4a + 10 - 12 = 0$

$$a = \frac{1}{2}$$

✉ $x_1 \cdot x_2 = -\frac{12}{a} \quad \& \quad 2x_2 = -24$
 $x_2 = -12$

JAWABAN : A

Info Smart

✉ $ax^2 + bx + c = 0$, maka
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$



Smart

Soal

Persamaan Kuadrat

17. Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 2 = 0$ mempunyai akar p dan q .
Persamaan kuadrat dengan akarr-akar p^2 dan q^2 adalah...

A. $x^2 + 21x + 4 = 0$

B. $x^2 - 21x + 4 = 0$

C. $x^2 - 21x - 4 = 0$

D. $x^2 + x - 4 = 0$

E. $x^2 + 25x + 4 = 0$

Solusi Biasa

✎ $x^2 - 5x + 2 = 0$, akar p dan q

$$p + q = -\frac{b}{a} = 5$$

$$p \cdot q = \frac{c}{a} = 2$$

missal akar-akar baru α dan β

✎ $\alpha = p^2$ dan $\beta = q^2$
 $\alpha + \beta = p^2 + q^2$
 $= (p + q)^2 - 2pq$
 $= 25 - 2 \cdot 2 = 21$

$$\alpha \cdot \beta = p^2 \cdot q^2$$

$$= (p \cdot q)^2$$

$$= 2^2 = 4$$

✎ Gunakan Rumus :
 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$
 $x^2 - 21x + 4 = 0$

JAWABAN : B

Info Smart

✎ Jika akar-akar :
 $ax^2 + bx + c = 0$, x_1 dan x_2
 maka Persamaan baru yang
 akar-akarnya x_1^2 dan x_2^2
 adalah :
 $a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$



Smart

✎ $x^2 - 5x + 2 = 0$
 $a = 1, b = -5, c = 2$

✎ Persamaan K.Baru :
 $1^2x^2 - (25 - 2 \cdot 1 \cdot 2)x + 2^2 = 0$
 $x^2 - 21x + 4 = 0$

Persamaan Kuadrat

Soal

18. PREDIKSI UAN/SPMB

Jika selisih akar-akar persamaan $x^2 - nx + 24 = 0$ sama dengan 5, maka jumlah akar-akar persamaan adalah....

- A. 11 atau -11
- B. 9 atau -9
- C. 7 atau -8
- D. 7 atau -7
- E. 6 atau -6

Solusi Biasa

$$\begin{aligned} \text{✎ } x^2 - nx + 24 &= 0 \\ x_1 + x_2 &= n \\ x_1 \cdot x_2 &= 24 \\ \text{diketahui } x_1 - x_2 &= 5 \\ (x_1 - x_2)^2 &= x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 \\ 5^2 &= x_1^2 + x_2^2 - 2.24 \\ 25 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 48 \\ 25 &= n^2 - 2.24 - 48 \\ 25 &= n^2 - 48 - 48 \\ 25 &= n^2 - 96 \\ n^2 &= 121 \\ n &= \pm 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } \text{Jumlah akar-akar :} \\ x_1 + x_2 = n &= ! 11 \end{aligned}$$

JAWABAN : A

Info Smart

$$\begin{aligned} \text{✎ Selisih akar-akar persamaan } ax^2 + bx + c &= 0 \\ \text{adalah : } x_1 - x_2 &= \frac{\sqrt{D}}{a} \\ \text{atau } (x_1 - x_2)^2 &= \frac{D}{a^2} \end{aligned}$$



Smart

$$\begin{aligned} \text{✎ } x^2 - nx + 24 &= 0 \\ 5^2 &= \frac{n^2 - 4.1.24}{1^2} \\ 25 &= n^2 - 96 \\ n^2 &= 121 \\ n &= ! 11 \\ \text{✎ } x_1 + x_2 = n &= ! 11 \end{aligned}$$

Persamaan Kuadrat

Soal

19. PREDIKSI UAN/SPMB

Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan $x^2+kx+k=0$ maka $x_1^2+x_2^2$ mencapai nilai minimum untuk k sama dengan....

- A. -1
- B. 0
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 2
- E. 1

Solusi Biasa

$$\begin{aligned} \text{✎ } x^2+kx+k &= 0 \\ x_1+x_2 &= -k \\ x_1 \cdot x_2 &= k \\ \text{✎ } \text{Misal : } z &= x_1^2 + x_2^2 \\ z &= x_1^2 + x_2^2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 \\ &= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} \\ &= \left(\frac{-k}{1}\right)^2 - \frac{2k}{1} \\ &= k^2 - 2k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } z' &= 2k - 2 \\ 0 &= 2k - 2 \quad \varepsilon k = 1 \end{aligned}$$

JAWABAN : E

Info Smart

- ✎ Ingat... "Nilai Max/min" arahkan pikiran anda ke "TURUNAN = 0"
- ✎ Ingat juga :

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$



Smart

$$\begin{aligned} \text{✎ } x^2+kx+k &= 0 \\ z &= x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \\ &= \frac{k^2 - 2 \cdot 1 \cdot k}{1^2} = k^2 - 2k \\ \text{✎ } z' &= 2k - 2 \\ 0 &= 2k - 2 \quad \varepsilon k = 1 \end{aligned}$$

Persamaan Kuadrat

Soal

20. PREDIKSI UAN/SPMB

α dan β adalah akar-akar persamaan kuadrat :

$x^2+4x+a-4=0$, jika $\alpha = 3\beta$, maka nilai a yang memenuhi adalah....

- A. 1
- B. 4
- C. 6
- D. 7
- E. 8

Solusi Biasa

✎ $x^2+4x+a-4=0$, akar-akarnya mempunyai perbandingan : $\alpha = 3\beta$

✎ $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -4$

$$3\beta + \beta = -4$$

$$4\beta = -4 \text{ atau } \beta = -1$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = a - 4$$

$$3\beta \cdot \beta = a - 4$$

$$3(-1)(-1) = a - 4$$

$$3 = a - 4, \text{ berarti } a = 7$$

JAWABAN : D

Info Smart

✎ $ax^2+bx+c=0$, akar-akar mempunyai perbandingan : $n\alpha = m\beta$, maka :

$$c = \frac{b^2(m.n)}{a.(m+n)^2}$$



Smart

✎ $x^2+4x+a-4=0$

$$a - 4 = \frac{4^2(1.3)}{1.(1+3)^2} = \frac{3.16}{16} = 3$$

$$a = 3 + 4 = 7$$

Persamaan Kuadrat

Soal

21. PREDIKSI UAN/SPMB

Jika jumlah kedua akar persamaan :

$x^2 + (2p-3)x + 4p^2 - 25 = 0$, sama dengan nol, maka akar-akar itu adalah....

- A. $3/2$ dan $-3/2$
- B. $5/2$ dan $-5/2$
- C. 3 dan 3
- D. 4 dan -4
- E. 5 dan -5

Solusi Biasa

$$\Rightarrow x^2 + (2p-3)x + 4p^2 - 25 = 0$$

diketahui : $x_1 + x_2 = 0$

$$-\frac{b}{a} = 0$$

$$-\frac{2p-3}{1} = 0, \text{ berarti :}$$

$$2p - 3 = 0 \text{ atau } p = \frac{3}{2}$$

\Rightarrow untuk $p = \frac{3}{2}$ substitusi keper

samaan kuadrat, di dapat :

$$x^2 + 0.x + 4(3/2)^2 - 25 = 0$$

$$x^2 + 9 - 25 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

JAWABAN : D

Info Smart

π Jumlah akar-akar = 0, maksudnya adalah :

$x_1 + x_2 = 0$, berarti :

$$-\frac{b}{a} = 0$$

Sehingga $b = 0$



Smart

$$x^2 + (2p-3)x + 4p^2 - 25 = 0$$

$b = 0$ (syarat jumlah = 0)

$$2p - 3 = 0 \text{ } \epsilon \text{ } p = 3/2$$

$$x^2 + 0.x + 4(3/2)^2 - 25 = 0$$

$$x^2 + 9 - 25 = 0$$

$$x^2 = 16 \text{ } \epsilon \text{ } x = \pm 4$$

○ **Soal**

Persamaan Kuadrat

22. **PREDIKSI UAN/SPMB**

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya dua lebih besar dari akar-akar persamaan :

$3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah.....

- A. $3x^2 - 24x + 38 = 0$
- B. $3x^2 + 24x + 38 = 0$
- C. $3x^2 - 24x - 38 = 0$
- D. $3x^2 - 24x + 24 = 0$
- E. $3x^2 - 24x - 24 = 0$

Solusi Biasa

☞ $3x^2 - 12x + 2 = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-12}{3} = 4$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

☞ Persamaan baru yg akar-akarnya dua lebih besar, artinya : $x_1 + 2$ dan $x_2 + 2$ missal

$\alpha = x_1 + 2$ dan $\beta = x_2 + 2$

$$\alpha + \beta = x_1 + x_2 + 4 = 4 + 4 = 8$$

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \beta &= (x_1 + 2)(x_2 + 2) \\ &= x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 \\ &= \frac{2}{3} + 2 \cdot 4 + 4 = 12 + \frac{2}{3} \\ &= \frac{38}{3} \end{aligned}$$

☞ Gunakan Rumus :

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta = 0$$

$$x^2 - 8x + \frac{38}{3} = 0 \text{ --- kali 3}$$

$$3x^2 - 24x + 38 = 0$$

JAWABAN : A

Info Smart

π Jika akar-akar persamaan x_1 dan x_2 , maka akar-akar yang **n lebih besar**

maksudnya $x_1 + n$ dan $x_2 + n$

π Persamaan kuadrat yang akar-akarnya **n lebih besar** ($x_1 + n$ dan $x_2 + n$) dari akar-akar persamaan :

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ adalah : } a(x-n)^2 + b(x-n) + c = 0$$



Smart

☞ Perhatikan terobosannya

$$\begin{aligned} n = 2 \rightarrow 3x^2 - 12x + 2 = 0 & \quad 3(x - 2)^2 - 12(x - 2) + 2 = 0 \\ & \quad 3(x^2 - 4x + 4) - 12x + 24 + 2 = 0 \\ & \quad 3x^2 - 12x + 12 - 12x + 26 = 0 \\ & \quad 3x^2 - 24x + 38 = 0 \end{aligned}$$

Persamaan Kuadrat

Soal

23. PREDIKSI UAN/SPMB

Salah satu akar persamaan $x^2+ax-4=0$ adalah lima lebih besar dari akar yang lain. Nilai a adalah....

- A. -1 atau 1
- B. -2 atau 2
- C. -3 atau 3
- D. -4 atau 4
- E. -5 atau 5

Solusi Biasa

$$\square x^2+ax-4=0$$

$$x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{a}{1} = -a$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

diketahui salah satu akarnya 5 lebih besardari akar yang lain,maksudnya $x_1 = x_2 + 5$

$$\square x_1+x_2 = -a$$

$$x_2+5+x_2 = -a$$

$$2x_2 = -a-5 \text{ sehingga}$$

$$x_2 = \frac{-a-5}{2} \text{ berarti :}$$

$$x_1 = \frac{-a-5}{2} + 5 = \frac{-a+5}{2}$$

$$\square x_1 \cdot x_2 = -4$$

$$\frac{(-a-5)}{2} \cdot \frac{(-a+5)}{2} = -4$$

$$a^2 - 25 = -16$$

$$a^2 = 9$$

$$a = \pm 3$$

JAWABAN : C

Info Smart

\square Salah satu akar $ax^2+bx+c=0$ adalah k lebih besar dari akar yang lain, maksudnya :
 $x_1 = x_2 + k$, di dapat :

$$D = a^2k^2$$



Smart

\square Perhatikan terobosannya

$$x^2+ax-4=0$$

$$D = a^2 \cdot k^2$$

$$b^2 - 4ac = a^2 \cdot k^2$$

$$a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 1^2 \cdot 5^2$$

$$a^2 + 16 = 25$$

$$a^2 = 9 \text{ ε } a = \pm 3$$

Persamaan Kuadrat

Soal

24. PREDIKSI UAN/SPMB

Akar persamaan $x^2 + ax - 4 = 0$ adalah x_1 dan x_2 , jika $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 8a$, maka nilai a adalah....

- A. 2
- B. 4
- C. 6
- D. 8
- E. 10

Solusi Biasa

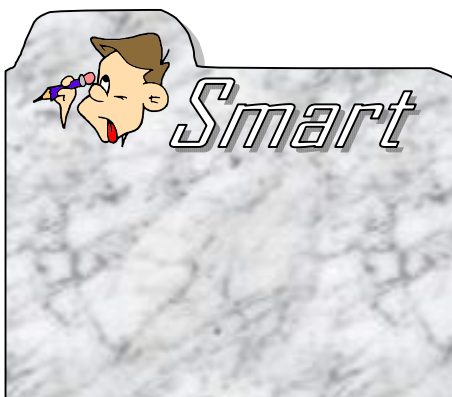
$$\begin{aligned} \square & x^2 + ax - 4 = 0 \\ & x_1 + x_2 = -a \\ & x_1 \cdot x_2 = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square & x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 8a \\ & (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 8a \\ & a^2 - 4 \cdot (-4) = 8a \\ & a^2 + 16 = 8a \\ & a^2 - 8a + 16 = 0 \\ & (a - 4)(a - 4) = 0 \\ & a = 4 \end{aligned}$$

JAWABAN : B

Info Smart

$$\begin{aligned} \square & (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ \square & (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\ & = (a + b)^2 - 4ab \end{aligned}$$



Persamaan Kuadrat

Soal

25. PREDIKSI UAN/SPMB

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat :

$$x^2 - 5x + k + 3 = 0, \text{ dan } x_1^2 + x_2^2 = 13, \text{ maka } k \text{ adalah....}$$

- A. 0
- B. 3
- C. 6
- D. 9
- E. 18

Solusi Biasa

$$\square x^2 - 5x + k + 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{k+3}{1} = k+3$$

$$\square x_1^2 + x_2^2 = 13$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 13$$

$$5^2 - 2(k+3) = 13$$

$$25 - 2k - 6 = 13$$

$$2k = 19 - 13$$

$$2k = 6$$

$$k = 3$$

JAWABAN : B

Info Smart

📁 Ingat...!

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$



Smart

$$\square x^2 - 5x + k + 3 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$

$$\frac{b^2 - 2ac}{a^2} = 13$$

$$\frac{25 - 2 \cdot 1 \cdot (k+3)}{1^2} = 13$$

$$25 - 2k - 6 = 13$$

$$-2k = -6 \quad \varepsilon \quad k = 3$$

Persamaan Kuadrat

Soal

26. PREDIKSI UAN/SPMB

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar persamaan :

$x^2 - (a-1)x + a = 0$. Nilai stasioner dari $x_1^3 + 3x_1x_2 + x_2^3$ dicapai untuk $a = \dots$

- A. 1 dan 2
- B. 1 dan 3
- C. 3 dan 2
- D. -1
- E. 0, -1 dan 1

Solusi Biasa

$$\text{✎ } x^2 - (a-1)x + a = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = a - 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{a}{1} = a$$

✎ *missal :*

$$\begin{aligned} z &= x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) + 3x_1x_2 \\ &= (a-1)^3 - 3a(a-1) + 3a \\ &= (a-1)^3 - 3a^2 + 6a \\ z' &= 3(a-1)^2 - 6a + 6 \\ &= 3(a^2 - 2a + 1) - 6a + 6 \\ &= 3a^2 - 12a + 9 \end{aligned}$$

$$0 = 3a^2 - 12a + 9$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

$$(a-3)(a-1) = 0$$

$$a = 3 \text{ atau } a = 1$$

JAWABAN : B

Info Smart

✎ *Ingat....!*

$$x_1^3 + x_2^3 = \frac{-b^3 + 3abc}{a^3}$$

atau

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

Stasioner ϵ

TURUNAN = NOL



Smart

Persamaan Kuadrat

Soal

27. PREDIKSI UAN/SPMB

Kedua akar persamaan $p^2x^2 - 4px + 1 = 0$ berkebalikan, maka nilai p adalah....

- A. -1 atau 2
- B. -1 atau -2
- C. 1 atau -2
- D. 1 atau 2
- E. -1 atau 1

Solusi Biasa

$p^2x^2 - 4px + 1 = 0$
 kedua akarnya saling berkebalikan, artinya :

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \text{ atau}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$\frac{c}{a} = 1$$

$$\frac{1}{p^2} = 1$$

$$p^2 = 1$$

$$p = \pm 1$$

Jadi $p = -1$ atau $p = 1$

JAWABAN : E

Info Smart

Jika kedua akar :
 $ax^2 + bx + c = 0$ saling berkebalikan, maka :
 $a = c$



Smart

$$p^2x^2 - 4px + 1 = 0$$

$$a = c$$

$$p^2 = 1$$

$$p = -1 \text{ atau } p = 1$$

Persamaan Kuadrat

Soal

28. Akar-akar persamaan $x^2 + 6x - 12 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Persamaan baru yang akar-akarnya $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$ dan $x_1 \cdot x_2$ adalah....

- A. $x^2 + 9x - 18 = 0$
- B. $x^2 - 21x - 18 = 0$
- C. $x^2 + 21x - 18 = 0$
- D. $2x^2 + 21x - 36 = 0$
- E. $2x^2 + 18x - 18 = 0$

Solusi Biasa

$$\text{✉ } x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + x_1 \cdot x_2\right)x + \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} \cdot x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{3(x_1+x_2)}{x_1 \cdot x_2} + x_1 \cdot x_2\right)x + \left(\frac{3(x_1+x_2)}{x_1 \cdot x_2}\right) \cdot x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - \left(3\left(-\frac{b}{c}\right) + \frac{c}{a}\right)x + 3\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$$

$$x^2 - \left(3\left(-\frac{3}{2}\right) - 12\right)x - 18 = 0 \dots \text{Kalikan } 2$$

$$x^2 + 21x - 36 = 0$$

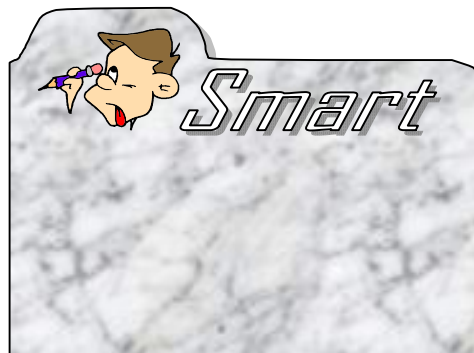
Info Smart

✉ Persamaan kuadrat Baru :

$$x^2 + Jx + K = 0$$

J = Jumlah akar-akarnya

K = Hasil kali akar-akarnya



Persamaan Kuadrat

Soal

29. SPMB 2003//420-IPA/No.11

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 6x + c = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (x_1^2 + x_2^2)x + 4 = 0$ adalah u dan v . Jika $u+v = -u.v$, maka $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = \dots$

- A. -64
- B. 4
- C. 16
- D. 32
- E. 64

Solusi Biasa

$$\text{✉ } x^2 + (x_1^2 + x_2^2)x + 4 = 0$$

akar-akarnya u dan v

$$u+v = -u.v, \text{ artinya :}$$

$$-(x_1^2 + x_2^2) = -4$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4$$

$$\text{✉ } x^2 + 6x + c = 0,$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 4$$

$$\frac{36 - 2.1.c}{1^2} = 4$$

$$36 - 2c = 4$$

$$2c = 32$$

$$c = 16$$

$$\begin{aligned} \text{✉ } x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 &= x_1 \cdot x_2 (x_1^2 + x_2^2) \\ &= c \cdot 4 = 4c \\ &= 4 \cdot 16 = 64 \end{aligned}$$

JAWABAN : E

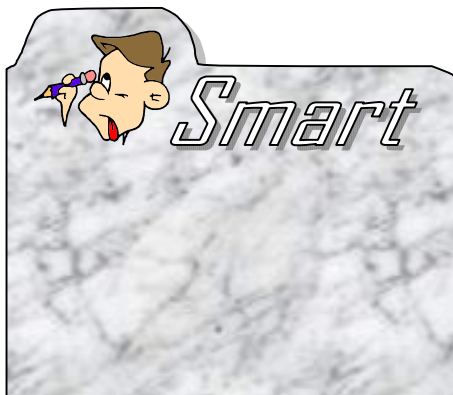
Info Smart

$$\text{✉ } x^2 + (x_1^2 + x_2^2)x + 4 = 0 \quad a = 1$$

$$b = x_1^2 + x_2^2$$

$$c = 4$$

$$\text{✉ } x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$



Persamaan Kuadrat

Soal

30. UAN 2003/P-1/No.1

Bilangan bulat m terkecil yang memenuhi persamaan

$$2x(mx - 4) = x^2 - 8 \text{ agar tidak mempunyai akar real adalah....}$$

- A. -2
- B. -1
- C. 1
- D. 2
- E. 3

Solusi Biasa

$$0 \quad 2x(mx - 4) = x^2 - 8$$

$$2mx^2 - 8x = x^2 - 8 \text{ atau}$$

$$(1-2m)x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$D < 0 \text{ (syarat)}$$

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$8^2 - 4(1-2m)(-8) < 0$$

$$64 + 32(1-2m) < 0$$

$$2 + 1 - 2m < 0$$

$$3 < 2m$$

$$m > \frac{3}{2}$$


berarti m bulat adalah :

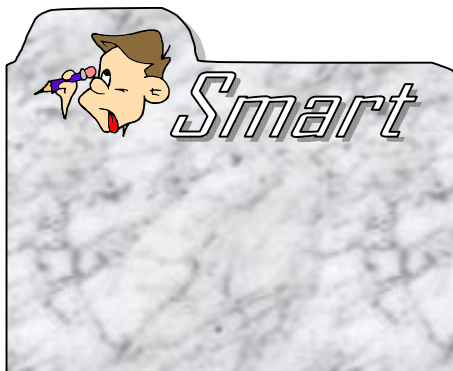
2,3,4,5,.....

Jadi m bulat terkecil adalah : 2

Jawaban : D

Info Smart

 $ax^2 + bx + c = 0$, tidak mempunyai akar real artinya : $b^2 - 4ac < 0$



Persamaan Kuadrat

Soal

31. UAN 2004/P-1/No.1

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan -2 adalah...

- A. $x^2 + 7x + 10 = 0$
- B. $x^2 - 7x + 10 = 0$
- C. $x^2 + 3x + 10 = 0$
- D. $x^2 + 3x - 10 = 0$
- E. $x^2 - 3x - 10 = 0$

Solusi Biasa

✎ Diketahui akar-akarnya 5 dan -2, berarti :
 $x_1 = 5$ dan $x_2 = -2$

✎ $x_1 + x_2 = 5 + (-2) = 3$
 $x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot (-2) = -10$

✎ Persamaan kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 rumusnya adalah :
 $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$

JAWABAN : E

Info Smart

✎ Persamaan kuadrat, dapat disusun menggunakan rumus :
 $x^2 - Jx + K = 0$
 dengan :
 J = Jumlah akar
 K = hasil kali akar



Smart

✎ Akar-akar 5 dan -2, maka :
 $x^2 - Jx + K = 0$
 $x^2 - (-2+5)x + (-2) \cdot 5 = 0$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$

Fungsi Kuadrat

Soal

1. UAN 2004/P-1/No.2

Tinggi h meter dari suatu peluru yang ditembakkan vertical ke atas dalam waktu t detik dinyatakan sebagai $h(t) = 10t - t^2$. Tinggi maksimum peluru tersebut adalah...

- A. 15 meter
- B. 25 meter
- C. 50 meter
- D. 75 meter
- E. 100 meter

Solusi Biasa

☞ Pandang $h(t) = 10t - t^2$ sebagai fungsi kuadrat dalam t , maka :

$$\begin{aligned} a &= -1 \\ b &= 10 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

☞ Tinggi maksimum, didapat dengan rumus :

$$\begin{aligned} h(t)_{\max} &= \frac{D}{-4a} \\ &= \frac{b^2 - 4ac}{-4a} \\ &= \frac{10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}{-4 \cdot (-1)} \\ &= \frac{100 - 0}{4} \\ &= 25 \end{aligned}$$

JAWABAN : B

Info Smart

☞ Fungsi kuadrat :
 $F(x) = ax^2 + bx + c$ mem-
 Punya nilai max/min

$$f(x)_{\max/\min} = \frac{D}{-4a}$$

☞ Soal yang berkaitan dengan nilai **maksimum** atau **minimum** diselesaikan dengan :
 “Turunan = 0”



Smart

$$\begin{aligned} \text{☞ } h(t) &= 10t - t^2 \\ h'(t) &= 10 - 2t \\ 0 &= 10 - 2t \\ t &= 5 \end{aligned}$$

$$h(5) = 10 \cdot 5 - 5^2 = 50 - 25 = 25$$

Fungsi Kuadrat

Soal

2. Nilai minimum fungsi yang ditentukan oleh rumus

$$f(x) = 2x^2 - 8x + p \text{ adalah } 20. \text{ Nilai } f(2) \text{ adalah....}$$

- A. -28
- B. -20
- C. 12
- D. 20
- E. 28

Solusi Biasa

$$\text{f)} f(x) = 2x^2 - 8x + p$$

$$a = 2$$

$$b = -8$$

$$c = p$$

$$\text{Nilai maksimum} = 12,$$

$$f(x)_{\max} = \frac{D}{-4a}$$

$$12 = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$12 = \frac{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot p}{-4 \cdot 2}$$

$$12 = \frac{64 - 8p}{-8} = \frac{-8 + p}{1}$$

$$12 = -8 + p$$

$$p = 12 + 8 = 20$$

JAWABAN : D

Info Smart



Nilai minimum dari

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ adalah}$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$



Smart

$$\text{f)} f(x) = 2x^2 - 8x + p$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \cdot 2} = 2$$

$$\text{f)} 20 = 2(2)^2 - 8(2) + p$$

$$20 = -8 + p \rightarrow p = 28$$

$$\text{f)} f(2) = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 28$$

$$= 8 - 16 + 28 = 20$$

Fungsi Kuadrat

Soal

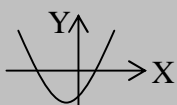
3. Ebtanas 1999

Grafik dari $f(x) = x^2 - x - 2$ adalah...

A.



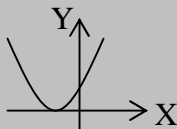
B.



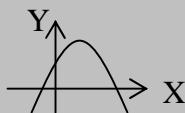
C.



D.



E.



Solusi Biasa

☞ $f(x) = x^2 - x - 2$

- Titik potong dengan sumbu

X, yaitu $y = 0$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$(x + 1)(x - 2) = 0$ di dapat

$x = -1$ atau $x = 2$, maka koordinat titik potongnya dengan sumbu X adalah $(-1, 0)$ dan $(2, 0)$

- Titik potong dengan sumbu

Y, yaitu $x = 0$

$$\text{Maka } y = 0^2 - 0 - 2 = -2$$

Jadi titik potongnya dengan sumbu Y adalah $(0, -2)$.

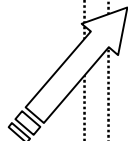
- Puncak : $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right)$

Dari fungsi di atas :

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = -2$$



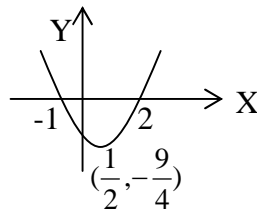
Lanjutan

- Titik Puncaknya :

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right) = \left(-\frac{-1}{2}, \frac{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}{-4 \cdot 1}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}, \frac{1+8}{-4}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$$



Fungsi Kuadrat

Soal

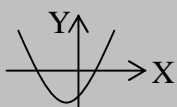
4. Ebtanas 1999

Grafik dari $f(x) = x^2 - x - 2$ adalah...

A.



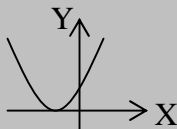
B.



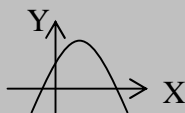
C.



D.



E.

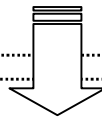



Smart

$f(x) = x^2 - x - 2$
 $a = 1 > 0$, berarti grafik membuka ke atas. C dan E salah
 $b = -1 < 0$, grafik berat ke Kanan, B dan D salah.
 Jadi hanya sisa pilihan A

Info Smart

- ❖ Pada grafik $y = ax^2 + bx + c$
 - a terkait dengan “buka-bukaan” grafiknya.
 $a > 0$, grafik membuka ke atas.
 $a < 0$, grafik membuka ke bawah.



- c terkait dengan titikpotong grafik dengan sumbu Y.
 $c > 0$, grafik memotong grafik di Y +
 $c = 0$, grafik memotong titik asal (0,0)
 $c < 0$, grafik memotong sumbu Y negatif (-)

- b terkait dengan posisi grafik terhadap sumbu Y.
 $b > 0$, grafik berat ke **Kiri** jika $a > 0$, dan berat ke **Kanan** jika $a < 0$
 $b = 0$, grafik dalam keadaan **Seimbang**.
 $b < 0$, grafik berat ke **Kanan** jika $a > 0$, dan berat ke **Kiri**, jika $a < 0$.

Fungsi Kuadrat

Soal

5. Garis $y = x - 10$ memotong parabola $y = x^2 - ax + 6$ di dua titik berlainan jika.....
- $a \geq -9$
 - $a \leq -9$ atau $a \geq 7$
 - $a < -9$ atau $a > 7$
 - $-9 \leq a \leq 7$
 - $-9 < a < 7$

Solusi Biasa

✎ Garis $y = x - 10$ memotong $y = x^2 - ax + 6$, di dua titik.

Berarti :

$$x - 10 = x^2 - ax + 6$$

$$x^2 - ax - x + 6 + 10 = 0$$

$$x^2 - (a+1)x + 16 = 0$$

✎ Memotong di dua titik, maka

$$D > 0$$

$$(a+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 > 0$$

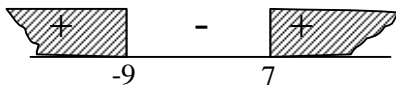
$$a^2 + 2a - 63 > 0$$

$$(a+9)(a-7) > 0$$

Uji ke garis bilangan :

Missal nilai $a = 0$

$$(0+9)(0-7) = -63 \text{ (negatif)}$$



Padahal nilai $a > 0$ atau positif

Jadi : $a < -9$ atau $a > 7$

JAWABAN : C

Info Smart

✎ Garis $y = mx + n$

✎ Parabola $y = ax^2 + bx + c$, maka :
 $D = (m-b)^2 - 4a(c-n)$

✎ Memotong di dua titik
 artinya :

$$(m-b)^2 - 4a(c-n) > 0$$

✎ > 0 artinya "terpisah" oleh
 atau



Smart

✎ $y = x - 10$,

$$y = x^2 - ax + 6$$

✎ $(m-b)^2 - 4a(c-n) > 0$

$$(1+a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (6+10) > 0$$

$$(1+a)^2 - 64 > 0$$

$$(1+a+8)(1+a-8) > 0$$

$$(a+9)(a-7) > 0$$

$$\text{Jadi : } a < -9 \text{ atau } a > 7$$

Fungsi Kuadrat

Soal

6. Fungsi kuadrat yang mempunyai nilai minimum 2 untuk $x = 1$ dan mempunyai nilai 3 untuk $x = 2$ adalah....
- A. $y = x^2 - 2x + 1$
 B. $y = x^2 - 2x + 3$
 C. $y = x^2 + 2x - 1$
 D. $y = x^2 + 2x + 1$
 E. $y = x^2 + 2x + 3$

Solusi Biasa

- ❖ Misal fungsi kuadrat :
 $y = ax^2 + bx + c$
 $x = 1$, merupakan sumbu simetri,
 rumusnya

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ atau } 1 = -\frac{b}{2a}$$

$$2a = -b \text{ atau } 2a + b = 0 \dots(i)$$
- ❖ Grafik melalui (1, 2) berarti :
 $2 = a + b + c$ atau
 $a + b + c = 2 \dots(ii)$
- ❖ Grafik melalui (2, 3) berarti :
 $3 = 4a + 2b + c$ atau
 $4a + 2b + c = 3 \dots(iii)$
- ❖ Pers(iii)-Pers(ii) di dapat:
 $3a + b = 1 \dots(iv)$
- ❖ Pers (iv)-pers(i) di dapat :
 $a = 1$, substitusi ke pers (i) di dapat
 $b = -2$
 untuk $a = 1$ dan $b = -2$ substitusi
 kepersamaan (ii) di dapat : $c = 3$
- ❖ Substitusikan nilai-nilai a, b dan c
 ke persamaan umum di dapat : $y =$
 $x^2 - 2x + 3$

JAWABAN : B

Info Smart

- ❖ $y = a(x - p)^2 + q$
 $q =$ nilai max/min
 untuk $x = p$
- ❖ Mempunyai nilai a untuk
 $x = b$, maksudnya $y = a$,
 $x = b$



Smart

- ❖ $y = a(x - p)^2 + q$
 $y = a(x - 1)^2 + 2$
 $y = 3$ untuk $x = 2$
 $3 = a(2 - 1)^2 + 2$
 didapat $a = 1$
- ❖ $y = 1.(x - 1)^2 + 2$
 $= x^2 - 2x + 3$

Fungsi Kuadrat

Soal

7. *Prediksi UAN/SPMB*

Fungsi kuadrat yang mempunyai nilai minimum 2 untuk $x = 1$ dan mempunyai nilai 3 untuk $x = 2$ adalah....

A. $y = x^2 - 2x + 1$

B. $y = x^2 - 2x + 3$

C. $y = x^2 + 2x - 1$

D. $y = x^2 + 2x + 1$

E. $y = x^2 + 2x + 3$

Solusi Biasa

❖ Misal fungsi kuadrat :

$$y = ax^2 + bx + c$$

$x = 1$, merupakan sumbu simetri, rumusnya

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ atau } 1 = -\frac{b}{2a}$$

$$2a = -b \text{ atau } 2a + b = 0 \dots(i)$$

❖ Grafik melalui (1, 2) berarti :

$$2 = a + b + c \text{ atau}$$

$$a + b + c = 2 \dots(ii)$$

❖ Grafik melalui (2, 3) berarti :

$$3 = 4a + 2b + c \text{ atau}$$

$$4a + 2b + c = 3 \dots(iii)$$

❖ Pers(iii)-Pers(ii) di dapat:

$$3a + b = 1 \dots(iv)$$

❖ Pers (iv)-pers(i) di dapat :

$a = 1$, substitusi ke pers (i) di dapat $b = -2$

untuk $a = 1$ dan $b = -2$

substitusi kepersamaan (ii) di dapat : $c = 3$

❖ Substitusikan nilai-nilai a, b dan c ke persamaan umum di dapat:

$$y = x^2 - 2x + 3$$

JAWABAN : B

Info Smart-2

❖ Nilai minimum 2 untuk

$x = 1$, artinya puncaknya di (1, 2) dan grafik pasti melalui puncak.

❖ Nilai 3 untuk $x = 2$, artinya grafik tersebut melalui titik (2, 3)



Smart-2

📁 Grafik melalui (1, 2), uji $x = 1$ harus di dapat nilai $y = 2$ pada pilihan

📁 Pilihan A :

$$y = 1^2 - 2.1 + 1 = 0 \neq 2$$

berarti pilihan A salah

📁 Pilihan B

$$y = 1^2 - 2.1 + 3 = 2$$

Jadi Pilihan B **benar**

Fungsi Kuadrat

Soal

8. **Prediksi UAN/SPMB**

Garis $y = x + n$ akan menyinggung parabola :

$y = 2x^2 + 3x - 5$, jika nilai n sama dengan...

- A. 4,5
- B. -4,5
- C. 5,5
- D. -5,5
- E. 6,5

Solusi Biasa

✉ Garis $y = x + n$ akan menyinggung parabola :

$y = 2x^2 + 3x - 5$, berarti :

$$x + n = 2x^2 + 3x - 5$$

$$2x^2 + 3x - x - 5 - n = 0$$

$$2x^2 + 2x - 5 - n = 0$$

$$a = 2, b = 2 \text{ dan } c = -5 - n$$

✉ Menyinggung, maka $D = 0$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$2^2 - 4 \cdot 2(-5 - n) = 0$$

$$4 - 8(-5 - n) = 0$$

$$4 + 40 + 8n = 0$$

$$8n = -44$$

$$n = -\frac{44}{8}$$

$$= -5,5$$

JAWABAN : D

Info Smart

✉ Ada garis : $y = mx + n$

Parabol : $y = ax^2 + bx + c$

maka :

$$D = (b - m)^2 - 4a(c - n)$$



Smart



✉ $y = x + n$, menyinggung parabola :

$$y = 2x^2 + 3x - 5$$

$$(3 - 1)^2 - 4 \cdot 2(-5 - n) = 0$$

$$4 + 40 + 8n = 0$$

$$8n = -44$$

$$n = -5,5$$

Fungsi Kuadrat

Soal

9. Prediksi UAN/SPMB

Nilai tertinggi fungsi $f(x) = ax^2 + 4x + a$ ialah 3, sumbu simetrinya adalah $x = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. 2
- E. 4

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{✉ } F(x) = ax^2 + 4x + a$$

$$a = a, b = 4 \text{ dan } c = a$$

$$\text{Nilai tertinggi} = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$3 = \frac{16 - 4.a.a}{-4a}$$

$$16 - 4a^2 = -12a$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$(a - 4)(a + 1) = 0$$

$$a = -1 \text{ (sebab nilai}$$

$$\text{tertinggi/max, } a < 0)$$

$$x = \frac{b}{-2a} = \frac{4}{-2(-1)} = 2$$

JAWABAN : D

Info Smart

$$\text{✉ } F(x) = ax^2 + bx + c$$

Nilai tertinggi atau nilai

$$\text{terendah} = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

Perhatikan rumusnya SAMA



Smart

Fungsi Kuadrat

Soal

10. Prediksi UAN/SPMB

Garis $y = 6x - 5$ memotong kurva $y = x^2 - kx + 11$ di titik puncak P. Koordinat titik P adalah.....

- A. (2, 7)
- B. (1, -1)
- C. (-2, -17)
- D. (-1, -11)
- E. (2, 13)

Solusi Biasa

$$\text{✎ } y = x^2 - kx + 11$$

$$a = 1, b = -k \text{ dan } c = 11$$

$$\text{Puncak} \left(\frac{b}{-2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a} \right)$$

$$\left(\frac{-k}{-2 \cdot 1}, \frac{(-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11}{-4 \cdot 1} \right) = \left(\frac{k}{2}, \frac{k^2 - 44}{-4} \right)$$

$$\text{disini : } x = \frac{k}{2} \text{ dan } y = \frac{k^2 - 44}{-4}$$

diSusi-susi ke $y = 6x - 5$

$$\frac{k^2 - 44}{-4} = 6 \cdot \frac{k}{2} - 5 = 3k - 5$$

$$k^2 - 44 = -4(3k - 5)$$

$$k^2 + 12k - 64 = 0$$

$$(k - 4)(k + 16) = 0$$

$$k = 4 \text{ atau } k = -16$$

✎ untuk $k = 4$

Maka Puncak nya :

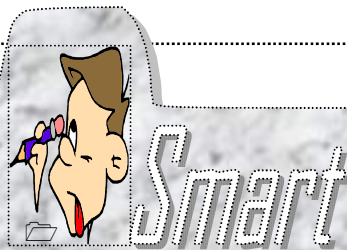
$$\left(\frac{k}{2}, \frac{k^2 - 44}{-4} \right) = \left(\frac{4}{2}, \frac{16 - 44}{-4} \right) = (2, 7)$$

JAWABAN : A

Info Smart

$$\text{✎ } y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Puncak} \left(\frac{b}{-2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a} \right)$$



✎ Perhatikan , kita asumsi sikan semua pilihan A -E adalah Puncak Parabola. Dan Puncak tersebut melalui garis $y = 6x - 5$

✎ Uji pilihan A.

Ganti $x = 2$ harus di dapat $y = 7$.

$x = 2$, maka $y = 6 \cdot 2 - 5 = 7$ berarti pilihan A benar.

Fungsi Kuadrat

Soal

11. Prediksi UAN/SPMB

Jika fungsi kuadrat $y = 2ax^2 - 4x + 3a$ mempunyai nilai maksimum 1, maka $27a^2 - 9a = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. 6
- D. 8
- E. 18

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } y &= 2ax^2 - 4x + 3a \\ \text{Nilai maksimum} &= 1 \\ \frac{16 - 4 \cdot 2a \cdot 3a}{-4 \cdot 2a} &= 1 \\ 16 - 24a^2 &= -8a \\ 3a^2 - a - 2 &= 0 \\ (3a + 2)(a - 1) &= 0 \\ a &= -2/3 \text{ (ambil nilai } a < 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } 27a^2 - 9a &= 27 \cdot \frac{4}{9} - 9 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= 12 + 6 = 18 \end{aligned}$$

JAWABAN : E

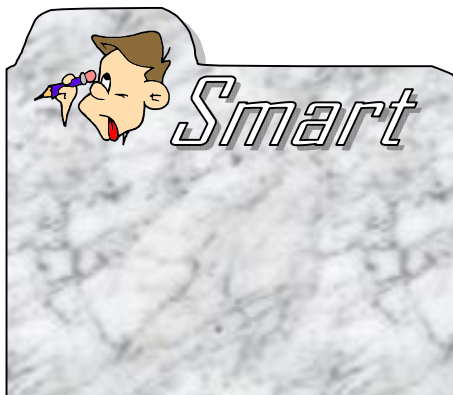
Info Smart

$$\text{✎ } y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Nilai max/min} = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$\text{✎ } y = ax^2 + bx + c$$

maksimum, berarti a negative.



Fungsi Kuadrat

Soal

12. Prediksi UAN/SPMB

Fungsi $y = f(x)$ yang grafiknya melalui titik $(2,5)$ dan $(7,40)$ serta mempunyai sumbu simetri $x = 1$, mempunyai nilai ekstrim.....

- A. minimum 2
- B. minimum 3
- C. minimum 4
- D. maksimum 3
- E. maksimum 4

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

- ☞ Fungsi $y = a(x - 1)^2 + q$
 $x = 1$ melalui $(2,5)$
 $5 = a + q$ (i)
melalui $(7,40)$
 $40 = 36a + q$ (ii)

- ☞ Dari (i) dan (ii) didapat :

$a + q = 5$	}	(-)
$36a + q = 40$		

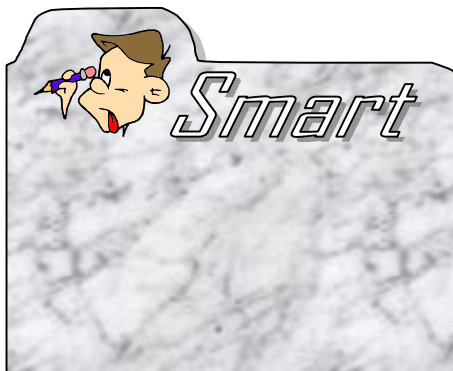
$-35a = -35$, $a = 1$ substitusi ke pers (i)
berarti $q = 4$

- ☞ Karena $a = 1 > 0$ berarti minimum, dan $q = 4$
Jadi Nilai ekstrimnya :
minimum = 4

JAWABAN : C

Info Smart

- ☞ Sumbu simetri $x = p$
Persamaan umum :
 $y = a(x - p)^2 + q$
Nilai maks/min = q



Fungsi Kuadrat

Soal

13. Prediksi UAN/SPMB

Ordinat titik balik maksimum grafik fungsi :

$y = -x^2 - (p-2)x + (p-4)$ adalah 6. Absis titik balik maksimum adalah...

- A. -4
- B. -2
- C. $-1/6$
- D. 1
- E. 5

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{✉ } y = -x^2 - (p-2)x + (p-4)$$

$$\text{Ordinat} = y = 6$$

$$6 = \frac{(p-2)^2 - 4(-1)(p-4)}{-4(-1)}$$

$$6 = \frac{p^2 - 4p + 4 + 4p - 16}{4}$$

$$6 = \frac{p^2 - 12}{4} \rightarrow p^2 - 36 = 0$$

$$p^2 = 36, \text{ maka } p = 6$$

$$\text{Absis} = \frac{p-2}{-2} = \frac{6-2}{-2} = -2$$

JAWABAN : B

Info Smart

$$\text{✉ } Y = ax^2 + bx + c$$

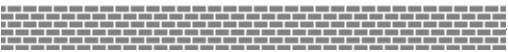
$$\text{Absis titik balik} : x = -\frac{b}{2a}$$

Ordinat titik balik :

$$y = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$



Smart



Fungsi Kuadrat

Soal

14. Jika fungsi kuadrat $y = ax^2 + 6x + (a + 1)$ mempunyai sumbu simetri $x = 3$, maka nilai maksimum fungsi itu adalah...
- A. 1
 - B. 3
 - C. 5
 - D. 9
 - E. 18

Solusi Biasa

gunakan Info Smart :

☞ $y = ax^2 + 6x + (a + 1)$

Sumbu simetri :

$$3 = -\frac{6}{2a}$$

$$6a = -6 \rightarrow a = -1$$

☞ Nilai max

$$= \frac{36 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1 + 1)}{-4 \cdot (-1)} = 9$$

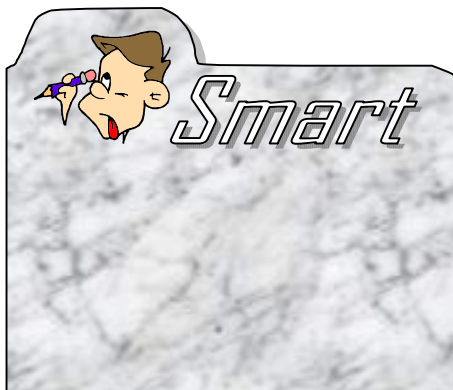
Jawaban : D

Info Smart

☞ $y = ax^2 + bx + c$

Sumbu Simetri : $x = -\frac{b}{2a}$

Nilai max: $y = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$

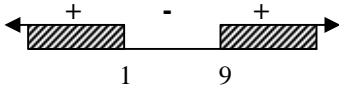


Fungsi Kuadrat

Soal

15. Grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 + 5x - 12$ dan fungsi linier $y = mx - 14$ berpotongan pada dua titik jika....
- $m < 9$
 - $1 < m < 9$
 - $m > 9$ atau $m < 1$
 - $m > 1$
 - $m < -9$ atau $m > -1$

Solusi Biasa

- Titik potong antara :
- $$y = mx - 14 \text{ dan } y = 2x^2 + 5x - 12 \text{ adalah :}$$
- $$mx - 14 = 2x^2 + 5x - 12$$
- $$2x^2 + 5x - mx - 12 + 14 = 0$$
- $$2x^2 + (5 - m)x + 2 = 0$$
- D > 0 (syarat berpotongan)
- $$b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$$
- $$(5 - m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 > 0$$
- $$25 - 10m + m^2 - 16 > 0$$
- $$m^2 - 10m + 9 > 0$$
- $$(m - 1)(m - 9) > 0$$
- Pembuat nol :
- $$m = 1 \text{ atau } m = 9$$
- Gunakan garis bilangan :
- 
- Arah positif :
- Jadi : $m < 1$ atau $m > 9$

Jawaban : C

Info Smart

- Ada garis :
- $$y = mx + n$$
- Ada parabola :
- $$y = ax^2 + bx + c$$
- Berpotongan di dua titik, maka :
- $$(b - m)^2 - 4a(c - n) > 0$$



Smart

- $y = mx - 14$
- $$y = 2x^2 + 5x - 12$$
- Berpotongan di dua titik :
- $$(5 - m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12 + 14) > 0$$
- $$(5 - m)^2 - 16 > 0$$
- $$(9 - m)(1 - m) > 0$$
- $$m < 1 \text{ atau } m > 9$$

Fungsi Kuadrat

Soal

16. Garis yang sejajar dengan garis $2x + y = 15$ memotong kurva $y = 6 + x - x^2$ di titik $(4, -6)$ dan ..
- $(-4, 14)$
 - $(1, 4)$
 - $(-1, 4)$
 - $(2, 4)$
 - $(1, 6)$

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

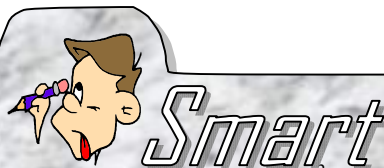
- ☞ Persamaan garis yang sejajar dengan $2x + y = 15$ melalui titik $(4, -6)$ adalah :
 $2x + y = 2(4) + (-6) = 2$
 $2x + y = 2$
 $y = -2x + 2$

- ☞ Titik potong garis $y = -2x + 2$
 +2
 Dengan parabola $y = 6 + x - x^2$ adalah :
 $6 + x - x^2 = -2x + 2$
 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x - 4)(x + 1) = 0$
 $x = -1$ atau $x = 4$
 untuk $x = -1$, di dapat :
 $y = -2(-1) + 2 = 4$
 jadi memotong di $(4, -6)$ dan di $(-1, 4)$

Jawaban : C

Info Smart

- ☞ Persamaan garis melalui (a, b) sejajar $Ax + By + C = 0$ adalah :
 $Ax + By = Aa + Bb$



- ☞ Asumsikan $y = 6 + x - x^2$ melalui semua titik pada pilihan, uji :
 A. $(-4, 14) \Rightarrow 14 = 6 - 4 + 16 = 18(S)$
 B. $(1, 4) \Rightarrow 4 = 6 + 1 - 1 = 6(S)$
 C. $(-1, 4) \Rightarrow 4 = 6 - 1 - 1 = 4(B)$

Jadi jawaban benar : C

Fungsi Kuadrat

Soal

17. Fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik $(-1, 3)$ dan titik terendahnya sama dengan puncak grafik $f(x) = x^2 + 4x + 3$ adalah....
- $y = 4x^2 + x + 3$
 - $y = x^2 - x - 3$
 - $y = 4x^2 + 16x + 15$
 - $y = 4x^2 + 15x + 16$
 - $y = x^2 + 16x + 18$

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{f(x)} = x^2 + 4x + 3$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = -1$$

Puncaknya : $(-2, -1)$

$$\text{P}(-2, -1) \rightarrow y = a(x + 2)^2 - 1$$

$$\text{Mel } (-1, 3) \rightarrow 3 = a(-1 + 2)^2 - 1$$

$$\rightarrow a = 4$$

$$\text{Jadi } y = 4(x + 2)^2 - 1$$

$$= 4(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$= 4x^2 + 16x + 15$$

Jawab : C

Info Smart

↳ Pers. Kuadrat dengan puncak $P(p, q)$ adalah
 $y = a(x - p)^2 + q$

↳ $f(x) = ax^2 + bx + c$
 sumbu simetrinya :

$$x = -\frac{b}{2a}$$



Smart

↳ Substitusikan aja titik $(-1, 3)$
 kepilihan, yang mana yg cocok.

Ke A : $3 = 4 - 1 + 3 = 6$ (tdk cocok)

B : $3 = 1 + 1 - 3 = -1$ (tdk cocok)

C : $3 = 4 - 16 + 15 = 3$ (cocok)

Jadi jawaban benar : C

Fungsi Kuadrat

Soal

18. Misalkan :

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{untuk } 0 < x < 1 \\ x^2 + 1 & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$

maka $f(-2).f(-4) + f(\frac{1}{2}).f(3) = \dots$

- A. 52
- B. 55
- C. 85
- D. 105
- E. 210

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

- ☐ $F(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$
 $F(-4) = (-4)^2 + 1 = 17$
 $F(\frac{1}{2}) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$
 $F(3) = 3^2 + 1 = 10$
- ☐ $F(-2).f(-4) + f(\frac{1}{2}).f(3)$
 $5 \cdot 17 + 0 \cdot 10 = 85 + 0 = 85$

Jawaban : C

Info Smart

- ☐ -2 tidak terletak pada :
 $0 < x < 1$
 jadi -2 disubstitusikan ke $x^2 + 1$
- ☐ -4 tidak terletak pada :
 $0 < x < 1$
 jadi -4 disubstitusikan ke $x^2 + 1$
- ☐ $\frac{1}{2}$ terletak pada $0 < x < 1$
 jadi $\frac{1}{2}$ disubstitusikan ke $2x - 1$
- ☐ 3 tidak terletak pada :
 $0 < x < 1$
 jadi 3 disubstitusikan ke $x^2 + 1$



Fungsi Kuadrat

Soal

19. UAN 2003/P-1/No.2

Fungsi kuadrat yang mempunyai nilai maksimum 3 untuk $x = 1$ dan grafiknya melalui titik $(3, 1)$, memotong sumbu Y di titik....

- B. $(0, \frac{7}{2})$
- C. $(0, 3)$
- D. $(0, \frac{5}{2})$
- E. $(0, 2)$
- F. $(0, \frac{3}{2})$

Solusi Biasa

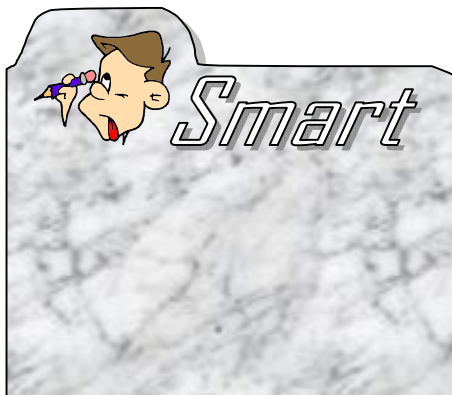
Gunakan info smart :

- $y = a(x - p)^2 + q$
 $y = a(x - 1)^2 + 3$, melalui titik $(3, 1)$
 $1 = a(3 - 1)^2 + 3$
 $-2 = 4a$, maka $a = -\frac{1}{2}$
- *Kepersamaan awal :*
 $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 3$, memotong sumbu Y , berarti :
 $x = 0$, maka
 $y = -\frac{1}{2}(0 - 1)^2 + 3 = \frac{5}{2}$
- Jadi titik potongnya :
 $(0, \frac{5}{2})$

Jawaban : C

Info Smart

- Nilai maksimum 3 untuk $x = 1$, artinya Puncak di $(1, 3)$
- Gunakan rumus :
 $y = a(x - p)^2 + q$
 Dengan $p = 1$ dan $q = 3$



Fungsi Kuadrat

Soal

20. UAN 2002/P-1/No.5

Suatu Fungsi kuadrat $f(x)$ mempunyai nilai maksimum 5 untuk $x = 2$ sedang $f(4) = 3$. Fungsi kuadrat tersebut adalah.....

- A. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$
- B. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
- C. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$
- D. $f(x) = -2x^2 + 2x + 3$
- E. $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$

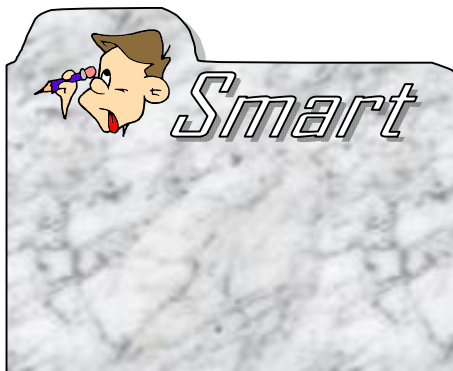
Solusi Biasa

Gunakan info smart :

- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
 $f(4) = a(4-2)^2 + 5,$
 $3 = 4a + 5$ maka $a = -\frac{1}{2}$
- *Kepersamaan awal :*
 $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$
 $= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 5$
 $= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

Info Smart

- Nilai maksimum 5 untuk $x = 2$, artinya Puncak di $(2, 5)$
- Gunakan rumus :
 $y = a(x-p)^2 + q$
 Dengan $p = 2$ dan $q = 5$



Pertidaksamaan

Soal

1. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan :

$x^2 \leq 2x + 3$ adalah....

- A. $\{x | x < -2 \text{ atau } x > 3\}$
- B. $\{x | x \leq -2 \text{ atau } x \geq 3\}$
- C. $\{x | -2 < x > 3\}$
- D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$
- E. $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$

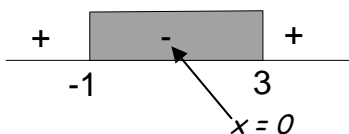
Jawaban : D

Solusi

$x^2 - 2x - 3 \leq 0$
 $(x - 3)(x + 1) \leq 0$

Pembuat Nol :
 $x = 3 \text{ atau } x = -1$

Garis bilangan :
 Uji $x = 0$, $(0-3)(0+1) = -3(-)$



Jadi : $-1 \leq x \leq 3$

Info Smart

< 0
 ≤ 0 → **KECIL** "tengahnya"
BESAR (Terpadu)
 > 0
 ≥ 0 → **BESAR** "atau" **KECIL**
 (Terpisah)

Smart

Perhatikan terobosannya

$$x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$(x + 1)(x - 3) \leq 0$$

$-1 \leq x \leq 3$

Diagram showing the interval $-1 \leq x \leq 3$ with arrows pointing to the terms:

- Under -1 : kecil
- Under x : tengahnya
- Under 3 : besar
- Under the ≤ 0 sign: besar

Pertidaksamaan

Soal

2. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan :

$$(3-x)(x-2)(4-x)^2 \geq 0 \text{ adalah....}$$

A. $\{x|x \leq -2 \text{ atau } 3 \leq x \leq 4\}$

B. $\{x|x \leq -2 \text{ atau } x \geq 3\}$

C. $\{x| 2 \leq x \leq 3\}$

D. $\{x|x \leq -2 \text{ atau } x \geq 4\}$

E. $\{x|x < -2 \text{ atau } x > 3\}$

Jawaban : C

Solusi

$$(3-x)(x-2)(4-x)^2 \geq 0$$

Pembuat Nol :

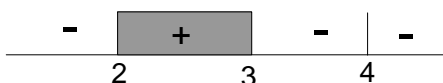
$$(3-x)(x-2)(4-x)^2 = 0$$

$$3-x=0, x=3$$

$$x-2=0, x=2$$

$$4-x=0, x=4 \text{ (ada 2 buah)}$$

Garis bilangan :



$$\text{Uji } x=0 \Rightarrow (3-0)(0-2)(4-0)^2 = -$$

$$x=2,5 \Rightarrow (3-2,5)(2,5-2)(4-2,5)^2 = +$$

$$x=3,5 \Rightarrow (3-3,5)(3,5-2)(4-3,5)^2 = -$$

$$x=5 \Rightarrow (3-5)(5-2)(4-5)^2 = -$$

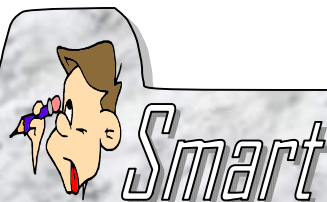
Padahal yang diminta soal ≥ 0 (positif)

Jadi : $\{x| 2 \leq x \leq 3\}$

Info Smart

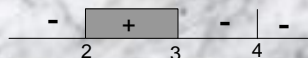
π Pada garis bilangan :
Jumlah Suku ganjil :
tanda " Selang seling -
+ - "

Jumlah Suku genap:
tanda " Tetap " : - -
atau + +



Perhatikan terobosannya

$$(3-x)(x-2)(4-x)^2 = 0$$



(genap)

$$\text{Uji } x=0 \text{ (hanya satu titik)}$$

$$(3-0)(0-2)(4-0)^2 = -$$

Jadi : $2 \leq x \leq 3$

Pertidaksamaan

Soal

3. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan : $\frac{x^2}{9-x^2} \leq 0$ adalah....

- A. $\{x | -3 < x < 3\}$
- B. $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$
- C. $\{x | x < -3 \text{ atau } x > 3\}$
- D. $\{x | x \leq -3 \text{ atau } x \geq 3 \text{ atau } x = 0\}$
- E. $\{x | x < -3 \text{ atau } x = 0 \text{ atau } x > 3\}$

Jawaban : E

Solusi

$$\frac{x^2}{9-x^2} \leq 0$$

Perhatikan ruas kanan sudah 0,
Maka langsung dikerjakan dengan
cara memfaktorkan suku-sukunya :

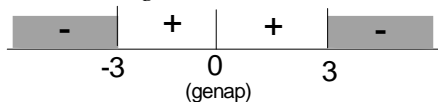
$$\frac{x \cdot x}{(3+x)(3-x)} \leq 0$$

$x = 0$ (atas, ada dua suku ; genap)

$$3+x=0, x=-3$$

$$3-x=0, x=3$$

Garis bilangan :



$$\text{Uji } x = -4 \Rightarrow \frac{16}{9-16} = -$$

$$x = -2 \Rightarrow \frac{4}{9-4} = +$$

$$x = 1 \Rightarrow \frac{1}{9-1} = +$$

$$x = 4 \Rightarrow \frac{16}{9-16} = -$$

Jadi : $x < -3$ atau $x = 0$ atau $x > 3$

Info Smart

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Smart

Perhatikan terobosannya

$$\frac{x^2}{9-x^2} \leq 0$$

▪ $9-x^2$ artinya $x \neq 3$, maka
pilihan B dan D pasti
salah

(karena memuat $x = 3$)

▪ $x = 4$

$$\Rightarrow \frac{16}{9-16} = \frac{16}{-7} \leq 0 (B)$$

Jadi A pasti salah (karena
tidak memuat 4)

▪ $x = 0 \Rightarrow \frac{0}{9-0} = 0 \leq 0 (B)$

Jadi C juga salah, berarti

Jawaban benar A

Pertidaksamaan

Soal

4. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan : $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 6} \leq 0$ untuk $x \in R$ adalah...
- A. $\{x/x < -1 \text{ atau } x < -2\}$
 B. $\{x/x \leq 1 \text{ atau } x > -2\}$
 C. $\{x/x > 3 \text{ atau } x < -2\}$
 D. $\{x/ -2 < x < 3\}$
 E. $\{x/x \leq 3 \text{ atau } x \geq -2\}$

Jawaban : D

Solusi

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 6} \leq 0$$

$$\frac{(x-1)(x-1)}{(x-3)(x+2)} \leq 0$$

$x - 1 = 0, x = 1$ (suku genap)
 $x - 3 = 0, x = 3$
 $x + 2 = 0, x = -2$

Uji $x = -3 \Rightarrow \frac{16}{6} = +$

$x = 0 \Rightarrow \frac{1}{-6} = -$

$x = 2 \Rightarrow \frac{1.1}{-4} = -$

$x = 4 \Rightarrow \frac{9}{-6} = -$



Jadi : $-2 < x < 3$
 Perhatikan tanda pertidaksamaan (sama atau tidak)

Info Smart

π Penyebut pecahan tidak boleh ada “ = ”

Perhatikan terobosannya

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$, ini nilainya selalu positif untuk setiap harga x , supaya hasil ≤ 0 (negative) maka :
 $x^2 - x - 6$ harus < 0 atau
 $(x - 3)(x + 2) < 0$
 Jadi : $-2 < x < 3$

Soal

Pertidaksamaan

5. Pertidaksamaan $2x - a > \frac{x-1}{2} + \frac{ax}{3}$ mempunyai penyelesaian $x > 5$.

Nilai a adalah....

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

Jawaban : B

Solusi

$$\cancel{x} \quad 2x - a > \frac{x-1}{2} + \frac{ax}{3}$$

$$2x - a > \frac{x-1}{2} + \frac{ax}{3}$$

$$6(2x - a) > 3(x-1) + 2ax$$

$$12x - 6a > 3x - 3 + 2ax$$

$$9x - 2ax > 6a - 3$$

$$x(9 - 2a) > 6a - 3$$

$$x > \frac{6a - 3}{9 - 2a}$$

Padahal $x > 5$ (diketahui)

$$\frac{6a - 3}{9 - 2a} = 5$$

$$6a - 3 = 45 - 10a$$

$$16a = 48$$

$$a = 3$$

Smart

$$\boxed{\text{C}} \quad 2x - a > \frac{x-1}{2} + \frac{ax}{3}$$

Pertidaksamaan $>$, syarat >5

Maka ambil $x = 5$

Options A.:

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ a = 2 \end{array} \right\} 10 - 2 = \frac{5}{2} + \frac{12}{3} (S)$$

Options B

$$\left. \begin{array}{l} x = 5 \\ a = 3 \end{array} \right\} 10 - 3 = \frac{4}{2} + \frac{15}{3}$$

$$7 = 7 (\text{benar})$$

Jadi pilihan B benar.

Pertidaksamaan

Soal

6. Jika $\frac{2}{x-3} > \frac{5}{x+6}$, maka

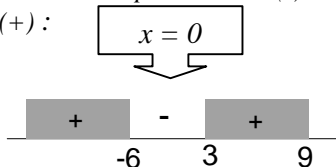
- A. $x < -6$ atau $3 < x < 9$
- B. $-6 < x < 3$ atau $x > 9$
- C. $x < -6$ atau $x > 9$
- D. $-6 < x < 9$ atau $x \geq 3$
- E. $-3 < x < 9$

Jawaban : A

Solusi

$$\begin{aligned} \text{✉ } \frac{2}{x-3} &> \frac{5}{x+6} \\ \frac{2}{x-3} - \frac{5}{x+6} &> 0 \\ \frac{2(x+6) - 5(x-3)}{(x-3)(x+6)} &> 0 \\ \frac{27 - 3x}{(x-3)(x+6)} &> 0 \\ \frac{3(9-x)}{(x-3)(x+6)} &> 0 \\ 9-x &= 0, x = 9 \\ x-3 &= 0, x = 3 \\ x+6 &= 0, x = -6 \end{aligned}$$

titik-titik tersebut jadikan titik terminal dan uji $x = 0$ misalnya untuk mendapatkan tanda(-) atau (+):



Jadi : $x < -6$ atau $3 < x < 9$

Smart

$$\text{✉ } \frac{2}{x-3} > \frac{5}{x+6}$$

coba $x = 0 \Rightarrow \frac{2}{0-3} > \frac{5}{0+6}$ (S)

Jadi pilihan yang memuat $x = 0$ pasti bukan jawaban. Jadi B, D dan E salah.

$$\text{Coba } x = 4 \Rightarrow \frac{2}{4-3} > \frac{5}{4+6}$$

$$2 > \frac{5}{11} \text{ (benar)}$$

Jadi pilihannya harus memuat 4. Pilihan C salah (sebab C tidak memuat $x = 4$)

Kesimpulan Jawaban A

○ **Soal****Pertidaksamaan**

7. Nilai terbesar x agar $x - \frac{3x}{4} \geq \frac{3x}{8} + \frac{1}{2}$ adalah....

- A. 1
- B. -1
- C. -2
- D. -3
- E. -4

Jawaban : E

Solusi

$$\text{✉ } x - \frac{3x}{4} \geq \frac{3x}{8} + \frac{1}{2} \text{ (kali 16)}$$

$$16(x - \frac{3x}{4}) \geq 16(\frac{3x}{8} + \frac{1}{2})$$

$$16x - 12x \geq 6x + 8$$

$$4x \geq 6x + 8$$

$$-2x \geq 8$$

$$x \leq -4$$

Perhatikan perubahan tanda,
saat membagi dengan bilangan
negative (8 : -2)

Jadi nilai terbesar x adalah
: -4

Info Smart

○ Soal

Pertidaksamaan

8. Nilai x yang memenuhi ketaksamaan :

$|x - 2|^2 > 4|x - 2| + 12$ adalah...

- A. $-4 < x < 8$
 B. $-2 < x < 6$
 C. $x < -2$ atau $x > 8$
 D. $x < -4$ atau $x > 8$
 E. $x < -2$ atau $x > 6$

Jawaban : D

Solusi

$$\boxed{\text{f}} \quad |x - 2|^2 > 4|x - 2| + 12$$

misal : $y = |x - 2|$

$$y^2 - 4y - 12 > 0$$

$(y + 2)(y - 6) > 0$ (terpisah
"atau")

$$y < -2 \text{ atau } y > 6$$

$$\boxed{\text{f}} \quad y < -2 \rightarrow |x - 2| < -2 \text{ (tak ada tuh.)}$$

$$y > 6 \rightarrow |x - 2| > 6$$

$$(x - 2)^2 > 6^2$$

$$x^2 - 4x + 4 - 36 > 0$$

$$x^2 - 4x - 32 > 0$$

$$(x - 8)(x + 4) > 0,$$

terpisah

Jadi : $x < -4$ atau $x > 8$

Smart

$$\boxed{\text{f}} \quad |x - 2|^2 > 4|x - 2| + 12$$

$$\text{coba } x = 0 \Rightarrow |0 - 2|^2 > 4|0 - 2| + 12$$

$$4 > 8 + 12 \text{ (salah)}$$

berarti A dan B salah (karena memuat $x = 0$)

$$\text{coba } x = 7 \Rightarrow |7 - 2|^2 > 4|7 - 2| + 12$$

$$25 > 20 + 12 \text{ (salah)}$$

berarti E salah (karena memuat $x = 7$)

$$\text{coba } x = -3 \Rightarrow |-3 - 2|^2 > 4|-3 - 2| + 12$$

$$25 > 20 + 12 \text{ (salah)}$$

berarti C salah (karena memuat $x = -3$)

Kesimpulan : Jawaban benar : D

Catatan :

Setiap akhir pengujian, sebaiknya pilihan yang salah dicoret agar mudah menguji titik uji yang lain.

○ **Soal****Pertidaksamaan**

9. Nilai-nilai x yang memenuhi $|x + 3| \leq |2x|$ adalah...

- A. $x \leq -1$ atau $x \geq 3$
 B. $x \leq -1$ atau $x \geq 1$
 C. $x \leq -3$ atau $x \geq -1$
 D. $x \leq 1$ atau $x \geq 3$
 E. $x \leq -3$ atau $x \geq 1$

Jawaban : A

Solusi

📁 $|x + 3| \leq |2x|$

kuadratkan :

$$(x + 3)^2 \leq (2x)^2$$

$$(x + 3)(x + 3) \leq 4x^2$$

$$x^2 + 3x + 3x + 9 \leq 4x^2$$

$$3x^2 - 6x - 9 \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

$$(x - 3)(x + 1) \geq 0 \text{ (terpisah)}$$

$$x \leq -1 \text{ atau } x \geq 3$$

**Smart**

📁 $|x + 3| \leq |2x|$ baca dari kanan, karena koefisien x nya lebih besar dari koefisien x sebelah kiri. Jadi :

$$\begin{array}{r} |2x| \geq |x + 3| \\ + \frac{3x + 3 = 0}{x = -1} \quad | \quad \frac{x - 3 = 0}{x = 3} \quad - \end{array}$$

Jadi : $x < -1$ atau $x > 3$

Soal

Pertidaksamaan

10. Pertaksamaan $\left| \frac{2x-1}{x+5} \right| \leq 3$ mempunyai penyelesaian

- A. $x \leq -16$ atau $x \geq -14/5$
- B. $x \leq -14/5$ atau $x > 16$
- C. $x \leq -14/5$
- D. $x \geq -14/5$
- E. $-16 \leq x \leq -14/5$

Jawaban : A

Solusi

$$\left| \frac{2x-1}{x+5} \right| \leq 3 \text{ (kali silang)}$$

$$|2x-1| \leq |3x+15|$$

----- kuadratkan

$$(2x-1)^2 \leq (3x+15)^2$$

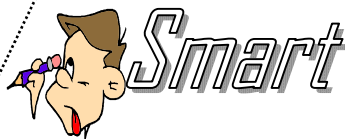
$$4x^2 - 4x + 1 \leq 9x^2 + 90x + 225$$

$$5x^2 + 94x + 224 \geq 0$$

$$(5x+14)(x+16) \geq 0$$

+	-	+
-16	$-\frac{14}{5}$	

$$\text{Jadi : } x \leq -16 \text{ atau } x \geq -\frac{14}{5}$$



$$\left| \frac{2x-1}{x+5} \right| \leq 3$$

$$\text{coba } x = 0 \Rightarrow \left| \frac{0-1}{0+5} \right| \leq 3$$

$$\frac{1}{5} \leq 3 \text{ (benar)}$$

berarti B, C dan E salah (karena tidak memuat $x = 0$)

$$\text{coba } x = -16 \Rightarrow \left| \frac{-16-1}{-16+5} \right| \leq 3$$

$$\frac{17}{11} \leq 3 \text{ (benar)}$$

berarti D salah (karena tidak memuat $x = -16$)

Kesimpulan : Jawaban benar : A

Pertidaksamaan

Soal

11. Agar pecahan $\frac{x^2+3x-10}{x^2-x+2}$ bernilai positif, maka x anggota

himpunan....

A. $\{x|x < -5 \text{ atau } x > 2\}$

B. $\{x| -5 < x < 2\}$

C. $\{x|x \leq -5\}$

D. $\{x| x < 2\}$

E. $\{x| -5 \leq x \leq 2\}$

Jawaban : A

Solusi

✉ $\frac{x^2+3x-10}{x^2-x+2}$ bernilai positif,

artinya :

$$\frac{x^2+3x-10}{x^2-x+2} > 0$$

maka :

$$\frac{(x+5)(x-2)}{x^2-x+2} > 0$$

Uji $x = -6$

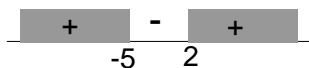
$$\frac{36-18-10}{36+6+2} = \frac{8}{44} = +$$

Uji $x = 0$

$$\frac{0-0-10}{0+0+2} = \frac{-10}{2} = -$$

Uji $x = 3$

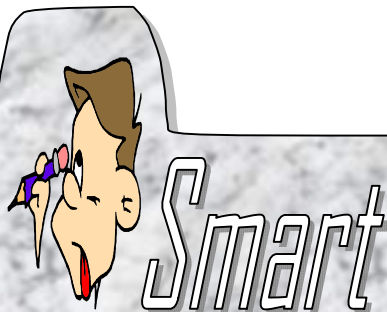
$$\frac{9+9-10}{9-3+2} = \frac{8}{8} = +$$



➤ 0, artinya daerah +

➤ Jadi : $x < -5$ atau $x > 2$

Info Smart



✉ Perhatikan terobosannya

✉ $x^2-x+2 \rightarrow$ definite positif
(selalu bernilai positif untuk setiap x)

✉ Supaya $\frac{x^2+3x-10}{x^2-x+2}$ bernilai positif maka : $x^2+3x-10$ positif, sebab + : + = +

✉ Jadi : $x^2+3x-10 > 0$
 $(x+5)(x-2) > 0 \rightarrow$ besar nol
(penyelesaian terpisah)
Maka : $x < -5$ atau $x > 2$

○ **Soal**

Pertidaksamaan

12. Nilai-nilai x yang memenuhi $\frac{3x^2+7x-14}{x^2+3x-4} \geq 2$

adalah...

- A. $x < -4$
- B. $x < -4$ atau $-3 \leq x < 1$ atau $x \geq 2$
- C. $x \leq -4$ atau $-3 \leq x < 1$ atau $x \geq 2$
- D. $-10 \leq x < -4$ atau $-3 \leq x < 1$
- E. $-10 \leq x < -4$ atau $-3 \leq x < 1$ atau $x \geq 2$

Jawaban : B

Solusi

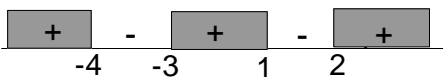
$$\frac{3x^2 + 7x - 14}{x^2 + 3x - 4} \geq 2$$

$$\frac{3x^2 + 7x - 14 - 2(x^2 + 3x - 4)}{x^2 + 3x - 4} \geq 0$$

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x - 4} \geq 0$$

$$\frac{(x+3)(x-2)}{(x+4)(x-1)} \geq 0$$

Setelah melakukan pengujian, untuk $x = 0$, di dapat +, selanjutnya bagian daerah yang lain diberi tanda selang seling (sebab semua merupakan suku ganjil)



Jadi : $x < -4$ atau $-3 \leq x < 1$ atau $x \geq 2$



Smart

$$\frac{3x^2 + 7x - 14}{x^2 + 3x - 4} \geq 2$$

coba $x = 2$

$$\Rightarrow \frac{12 + 14 - 14}{4 + 6 - 4} \geq 2$$

$$\frac{12}{6} \geq 2 \text{ (benar)}$$

berarti A dan D salah (karena tidak memuat $x = 2$)

coba $x = -4$

$$\Rightarrow \frac{48 - 28 - 14}{16 - 12 - 4} = \frac{6}{0} \geq 2 \text{ (Salah)}$$

ah, penyebut tidak boleh 0) berarti C salah

coba $x = -11$

$$\Rightarrow \frac{363 - 77 - 14}{121 - 33 - 4} = \frac{272}{84} \geq 2$$

(Benar,) E salah, sebab tidak memuat $x = -11$

Kesimpulan :

Jawaban benar : B



Pertidaksamaan

Soal

13. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan : $\frac{2x+3}{3x-7} > 0$ adalah....

- A. $\{x/x < -\frac{3}{2} \text{ atau } x > \frac{7}{3}\}$
- B. $\{x/x < -\frac{3}{2} \text{ dan } x > \frac{7}{3}\}$
- C. $\{x/ -\frac{3}{2} < x < \frac{7}{3}\}$
- D. $\{x/ \frac{7}{3} > x > -\frac{3}{2}\}$
- E. $\{x/x < -\frac{2}{3} \text{ atau } x > \frac{3}{2}\}$

Jawaban :A

Solusi

$$\frac{2x+3}{3x-7} > 0$$

Pertidaksamaannya sudah mateng, maka langsung uji titik :

$$x = 0 \Rightarrow \frac{2 \cdot 0 + 3}{3 \cdot 0 - 7} = \frac{3}{-7} = -$$

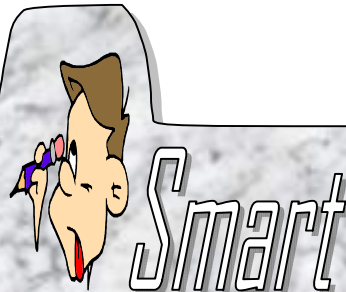
Selanjutnya beri tanda daerah yang lain, selang seling.

+	-	+
$-\frac{3}{2}$	$\frac{7}{3}$	

> 0 , artinya daerah positif (+)

$$\text{Jadi : } x < -\frac{3}{2} \text{ atau } x > \frac{7}{3}$$

Info Smart



Perhatikan terobosannya $\frac{2x+3}{3x-7} > 0$ Uji dengan mencoba nilai :

$$x = 0 \Rightarrow \frac{0+3}{0-7} = - \text{ (Salah)}$$

berarti : C dan D salah

$$x = 1 \frac{2 \cdot 1 + 3}{3 \cdot 1 - 7} = \frac{5}{-4} \text{ (salah)}$$

berarti E salah (sebab memuat 1)

B Salah menggunakan kata hubung dan.

Jadi Jawaban benar : A

Pertidaksamaan

Soal

14. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $\sqrt{x^2 - 3x} < 2$ adalah....

- A. $\{x | -1 \leq x \leq 0 \text{ atau } 3 \leq x \leq 4\}$
- B. $\{x | -1 < x \leq 0 \text{ atau } 3 \leq x < 4\}$
- C. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$
- D. $\{x | -1 < x < 4\}$
- E. $\{x | x < -1 \text{ atau } x > 4\}$

Jawaban :B

Solusi

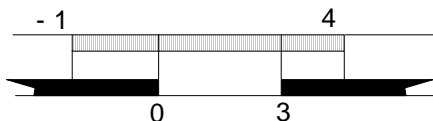
$\sqrt{x^2 - 3x} < 2 \rightarrow$ Kuadratkan :

$$x^2 - 3x < 4 \rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$(x - 4)(x + 1) < 0$$

syarat : $x^2 - 3x \geq 0$

$$x(x - 3) \geq 0$$



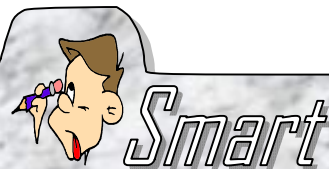
Jadi : $-1 < x \leq 0$ atau $3 \leq x < 4$

Info Smart

$\pi \sqrt{f(x)} < c$, maka :

- (i) kuadratkan
- (ii) $f(x) \geq 0$

Penyelesaian : Irisan (i) dan (ii)



Perhatikan terobosannya

Pertidaksamaan

Soal

15. Harga x dari pertidaksamaan $\frac{x+1}{x-2} < \frac{x+5}{x-3}$ adalah....

- A. $x < -1/6$ atau $2 < x < 3$
- B. $x > 1/3$ atau $-1/4 < x < 0$
- C. $x > 1/2$ atau $0 < x < 1/4$
- D. $x > 3$ atau $7/5 < x < 2$
- E. $x < 1$ atau $2 < x < 3$

Jawaban : D

Solusi

$$\begin{aligned} \cancel{\neq} \quad \frac{x+1}{x-2} &< \frac{x+5}{x-3} \\ \frac{(x+1)(x-3) - (x-2)(x+5)}{(x-2)(x-3)} &< 0 \\ \frac{x^2 - 2x - 3 - x^2 - 3x + 10}{(x-2)(x-3)} &< 0 \\ \frac{-5x + 7}{(x-2)(x-3)} &< 0 \end{aligned}$$

-	+	-
$\frac{7}{5}$	2	3

Jadi : $\frac{7}{5} < x < 2$ atau $x > 3$

Info Smart

$$\pi \quad \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \rightarrow \frac{ad - bc}{bd} < 0$$

$$\pi \quad \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \rightarrow \frac{ad - bc}{bd} > 0$$



Smart

$\cancel{\neq}$ Perhatikan terobosannya

Soal

Pertidaksamaan

16. Himpunan penyelesaian pertaksamaan : $\frac{(x-1)(2x+4)}{x^2+4} < 1$

adalah...

- A. $\{x/x > 2\}$
- B. $\{x/x < -4\}$
- C. $\{x/x < 2\}$
- D. $\{x/x > -4\}$
- E. $\{x/-4 < x < 2\}$

Jawaban : E

Solusi

📁 $x^2 + 4$ selalu positif untuk semua nilai x , makanya disebut Definite positif

$$\cancel{\times} \frac{(x-1)(2x+4)}{x^2+4} < 1$$

$$\frac{2x^2 + 2x - 4 - (x^2 + 4)}{x^2 + 4} < 0$$

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 4} < 0$$

+
berarti : $x^2 + 2x - 8 : (-)$

$$x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$\cancel{\times}$ Jadi : $-4 < x < 2$



Smart

$$\cancel{\times} \frac{(x-1)(2x+4)}{x^2+4} < 1$$

Uji nilai :

$$x = 0 \Rightarrow \frac{-1 \cdot 4}{4} = -1 < 1 \text{ (B)}$$

berarti A dan B salah (karena pilihan trs tidak memuat $x = 0$)

$$x = 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot 10}{9 + 4} = \frac{20}{13} < 1 \text{ (S)}$$

berarti D salah (karena D memuat $x = 3$)

$$x = -5 \Rightarrow \frac{-6 \cdot (-6)}{25 + 4} = \frac{36}{29} < 1 \text{ (S)}$$

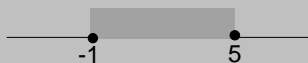
berarti C salah (karena C memuat $x = -5$)

Jadi pilihan benar : E

Pertidaksamaan

Soal

17. Grafik yang diperlihatkan pada gambar berikut :



adalah penyelesaian dari pertidaksamaan ..

- A. $x^2 - 4x - 5 \leq 0$
- B. $x^2 - 4x + 5 \leq 0$
- C. $x^2 + x - 5 \geq 0$
- D. $x^2 - 4x - 5 < 0$
- E. $x^2 - 4x - 5 > 0$

Jawaban : A

Solusi

Perhatikan ujung daerah penyelesaian pada gambar tertutup, berarti pertidaksamaannya memuat tanda SAMA

Perhatikan pula, daerah yang diarsir, menyatu. Maka pertidaksamaannya KECIL.

Jadi :

$$(x + 1)(x - 5) \leq 0$$

$$x^2 - 5x + x - 5 \leq 0$$

$$x^2 - 4x - 5 \leq 0$$

Info Smart



Perhatikan terobosannya

Pertidaksamaan

Soal

18. Jika a, b, c dan d bilangan real dengan $a > b$ dan $c > d$, maka berlakulah....
- A. $ac > bd$ dan $ac + bd < ad + bc$
 - B. $a + c > b + d$ dan $ac + bd > ad + bc$
 - C. $ad > bc$ dan $ac - bd > ad - bc$
 - D. $a + d > b + c$ dan $ac - bd = ad + bd$
 - E. $a - d > b - c$ dan $ac - bd = ad - bd$

Jawaban : B

Solusi

$\boxed{a > b}$ berarti $a - b > 0$
 $c > d$ berarti $c - d > 0$ +
 $a + c > b + d$

$\boxed{a - b > 0}$
 $c - d > 0$ kalikan :
 $(a - b)(c - d) > 0$
 $ac - ad - bc + bd > 0$
 $ac + bd > ad + bc$

Jadi jawaban benar : B

Info Smart



Pertidaksamaan

Soal

19. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $\frac{3x^2 + 5x - 16}{x^2 + x - 6} \geq 2$ adalah...

- A. $x \leq -4$ atau $-3 < x \leq 1$ atau $x > 2$
- B. $x \leq -4$ atau $-2 \leq x \leq -1$ atau $x \geq 2$
- C. $x \leq -4$ atau $-2 < x \leq -1$ atau $x > 2$
- D. $x \geq -4$ atau $-2 \leq x \leq -1$ atau $x > 2$
- E. $x \geq -4$ atau $-2 \leq x \leq -1$ atau $x \geq 2$

Jawaban : A

Solusi

$$\frac{3x^2 + 5x - 16}{x^2 + x - 6} \geq 2$$

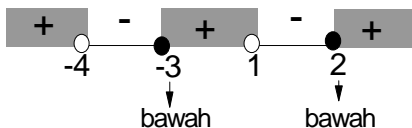
$$\frac{3x^2 + 5x - 16}{x^2 + x - 6} - \frac{2(x^2 + x - 6)}{x^2 + x - 6} \geq 0$$

$$\frac{3x^2 + 5x - 16 - 2x^2 - 2x + 12}{x^2 + x - 6} \geq 0$$

$$\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + x - 6} \geq 0$$

$$\frac{(x+4)(x-1)}{(x+3)(x-2)} \geq 0$$

Uji $x = 0 \Rightarrow \frac{4(-1)}{3(-2)} = +$



Jadi : $x \leq -4$ atau $-3 < x \leq 1$ atau $x > 2$

Jawaban benar : A



Smart

$$\frac{3x^2 + 5x - 16}{x^2 + x - 6} \geq 2$$

Dengan mencoba nilai $x = 0 \Rightarrow$

$$\frac{0+0-16}{0+0-6} = \frac{8}{3} > 2 \text{ (B)}$$

berarti pilihan harus memuat nol. Jadi : B, dan C salah.

$x = 2 \Rightarrow$

$$\frac{12+10-16}{4+2-6} = \frac{6}{0} > 2 \text{ (S)}$$

berarti pilihan harus tidak memuat 2. Jadi : D, dan E salah.

Jadi pilihan yg tersisa hanya A

Soal

Pertidaksamaan

20. Jika $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - |2x + 3| \geq 0$ maka...

A. $-3 \leq x \leq -\frac{1}{5}$

B. $-5 \leq x \leq -\frac{1}{3}$

C. $x \geq -5$

D. $x \leq -5$ atau $x \geq -\frac{1}{3}$

E. $x \leq -3$ atau $x \geq -\frac{1}{5}$

Jawaban : B

Solusi

📁 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - |2x + 3| \geq 0$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} \geq |2x + 3|$$

Kedua ruas dikuadratkan

$$x^2 - 4x + 4 \geq (2x + 3)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 \geq 4x^2 + 12x + 9$$

$$3x^2 + 16x + 5 \leq 0$$

$$(3x + 1)(x + 5) \leq 0 \dots (i)$$

📁 Syarat di bawah akar harus positif.

$$x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x - 2)(x - 2) \geq 0, \text{ ini berlaku}$$

saja untuk setiap harga x

Berarti penyelesaiannya

adalah (i), yakni :

$$-5 \leq x \leq -\frac{1}{3}$$

(ingat : ≤ 0 , terpadu)



Smart

📁 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - |2x + 3| \geq 0$

Coba nilai :

$$x = 0 \Rightarrow \sqrt{4 - 3} = 2 - 3 = -1 \geq 0 \text{ (salah)}$$

berarti pilihan yg memuat nol, salah. Jadi : C, D dan E salah

$$x = -4 \Rightarrow \sqrt{36 - 5} = 6 - 5 = -5 \geq 0 \text{ (B)}$$

berarti penyelesaian harus memuat $x = 4$. Jadi A salah.

Maka jawaban yang tersisa hanya pilihan B

Soal

Statistika

1. Prediksi SPMB

x_0 adalah rata-rata dari data : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ Jika data bertambah mengikuti pola :

$\frac{x_1}{2} + 2, \frac{x_2}{2} + 4, \frac{x_3}{2} + 6, \dots$ dan seterusnya, maka nilai rata-ratanya menjadi....

- A. $x_0 + 11$
- B. $x_0 + 12$
- C. $\frac{1}{2} x_0 + 11$
- D. $\frac{1}{2} x_0 + 12$
- E. $\frac{1}{2} x_0 + 20$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{📁 } x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{x_1}{2} + 2 + \frac{x_2}{2} + 4 + \dots + \frac{x_{10}}{2} + 20}{10}$$

$$= \frac{(\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} + \dots + \frac{x_{10}}{2}) + (2 + 4 + \dots + 20)}{10}$$

$$= \frac{1}{2} (\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}) + \frac{\frac{1}{2} \cdot 10(2 + 20)}{10}$$

$$= \frac{1}{2} x_0 + \frac{5(22)}{10} = \frac{1}{2} x_0 + 11$$

Jawaban : C

Info Smart

📎 Data : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

Rata-ratanya :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

📎 Barisan aritmatik :

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$

Jumlahnya :

$$S = \frac{1}{2} n(U_1 + U_n)$$



Soal

Statistika

2. EBTANAS 1999

Dari 10 data mempunyai rata-rata 110. Jika kemudian ditambah satu data baru, maka rata-rata data menjadi 125, maka data tersebut adalah :

- A. 200
- B. 275
- C. 300
- D. 325
- E. 350

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} x_1 &= \bar{x}_1 + \frac{n(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)}{m} \\ &= 110 + \frac{10(125 - 110)}{1} \\ &= 275 \end{aligned}$$

Jawaban : B

Info Smart

x_1 = nilai data baru

$$\text{folder icon } x_1 = \bar{x}_1 + \frac{n(\bar{x}_1 - \bar{x}_0)}{m}$$

\bar{x}_1 = rata sekarang

n = banyak data lama

\bar{x}_0 = rata lama

m = banyak data baru



Smart

Statistika

Soal

3. Prediksi SPMB

Dari data distribusi frekuensi di bawah diperoleh rata-rata...

Interval	f
2 - 6	3
7 - 11	2
12 - 16	2
17 - 21	4
22 - 26	5

- A. $13\frac{7}{8}$
 B. $14\frac{7}{8}$
 C. $15\frac{7}{8}$
 D. $16\frac{7}{8}$
 E. $17\frac{7}{8}$

Solusi

Gunakan info smart :

$$p = 5$$

Interval	f	c	f.c
2 - 6	3	-2	-6
7 - 11	2	-1	-2
12 - 16	2	$\bar{x}_s = 14$	0
17 - 21	4	1	4
22 - 26	5	2	10


16

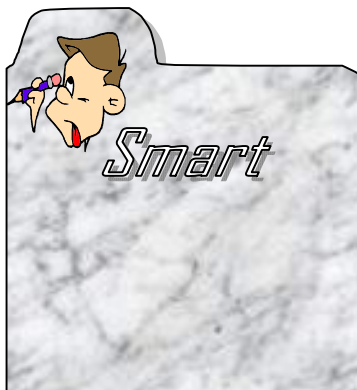
6

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{x}_s + p \frac{\sum f.c}{\sum f} \\ &= 14 + 5 \cdot \frac{6}{16} = 15\frac{7}{8} \end{aligned}$$

Jawaban : C

Info Smart

-  $\bar{x} = \bar{x}_s + p \frac{\sum f.c}{\sum f}$
- \bar{x}_s = rata-rata sementara
- p = panjang interval kelas



Soal

Statistika

4. UMPTN 1997

Jika 30 siswa kelas IIIA₁ mempunyai nilai rata-rata 6,5 ; 25 siswa kelas IIIA₂ mempunyai nilai rata-rata 7 dan 20 siswa kelas IIIA₃ mempunyai nilai rata-rata 8, maka rata-rata nilai ke-75 siswa kelas III tersebut adalah....

- A. 7,16
- B. 7,10
- C. 7,07
- D. 7,04
- E. 7,01

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } & 30 \text{ siswa rata-rata } 6,5 \\ & 30(6,5) = 195 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } & 25 \text{ siswa rata-rata } 7,0 \\ & 25(7,0) = 175 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } & 20 \text{ siswa rata-rata } 8,0 \\ & 20(8,0) = 160 \end{aligned}$$

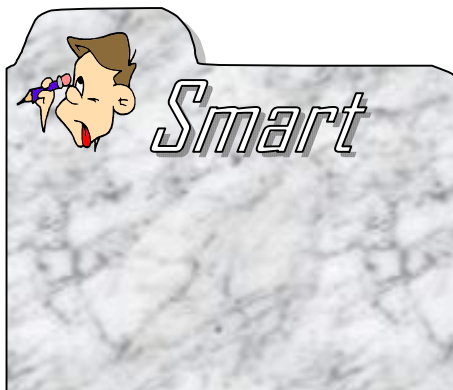
$$\bar{x} = \frac{195+175+160}{30+25+20} = \frac{530}{75} = 7,07$$

Jawaban : C

Info Smart

Rata-rata gabungan : 3 kategori

$$\text{✎ } \bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3}{f_1 + f_2 + f_3}$$



Soal

Statistika

5. UMPTN 1998

Diketahui $x_1 = 2,0$; $x_2 = 3,5$; $x_3 = 5,0$; $x_4 = 7,0$ dan $x_5 = 7,5$. Jika

deviasi rata-rata nilai tersebut dinyatakan dengan rumus : $\sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{x}|}{n}$

dengan $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, maka deviasi rata-rata nilai di atas adalah....

- A. 0
- B. 1,0
- C. 1,8
- D. 2,6
- E. 5,0

Solusi

Gunakan info smart :

📁 Rata-rata :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{2,0 + 3,5 + 5,0 + 7,0 + 7,5}{5} = 5$$

📁 Deviasi rata-rata : $Sr =$

$$\sum_{i=1}^n \frac{|x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$Sr = \frac{|2-5| + |3,5-5| + |5-5| + |7-5| + |7,5-5|}{5}$$

$$= 1,8$$

Jawaban : C

Info Smart

📁 Rata-rata dari data :

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$



Statistika

Soal

6. UMPTN 1999

Suatu data dengan rata-rata 16 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai dalam data dikalikan p kemudian dikurangi q di dapat data baru dengan rata-rata 20 dan jangkauan 9. Nilai dari $2p + q = \dots$

- A. 3
- B. 4
- C. 7
- D. 8
- E. 9

Solusi

Gunakan info smart :

- ☞ Rata-rata lama :16
 $16p - q = 20 \dots\dots\dots (i)$
- ☞ Jangkauan lama: 6
 $6p = 9, 2p = 3$
 $2p = 3$ susupkan ke (i) :
 $24 - q = 20$, berarti $q = 4$.
- ☞ Jadi : $2p + q = 3 + 4 = 7$

Jawaban : C

Info Smart

- ☞ Rata-rata : terpengaruh oleh setiap operasi.
- ☞ Jangkauan : tidak berpengaruh oleh operasi (+) atau (-)



Soal

7. UMPTN 2002

Median dari data nilai di bawah adalah....

Nilai	4	5	6	7	8	8
Frekuensi	3	7	12	10	6	2

- A. 6,0
- B. 6,5
- C. 7,0
- D. 10,0
- E. 12,0

Solusi

Gunakan info smart :

✎ Jumlah data :

$$3 + 7 + 12 + 10 + 6 + 2 = 40$$

✎ $n = \text{genap}$

$$Me = \frac{1}{2}(x_{20} + x_{21})$$

$$= \frac{1}{2}(6 + 6) = 6$$

Jawaban : A

Info Smart

✎ Median data genap :

$$Me = \frac{1}{2}(x_{\frac{1}{2}n} + x_{\frac{1}{2}n+1})$$



Smart

Statistika

Soal

8. Prediksi SPMB

Jangkauan dan median dari data :

22 ,21 ,20 ,19 ,18 ,23 ,23 ,19 ,18 ,24 ,25 ,26 berturut-turut adalah....

- A. 8 dan 21
- B. 8 dan 21,5
- C. 18 dan 22
- D. 26 dan 21
- E. 26 dan 22

Solusi

Gunakan info smart :

📁 data di urut sbb:

18 18 19 19 20 21 22 23 23 24
25 26

$$Me = \frac{21 + 22}{2} = 21,5$$

📁 Jangkauan = $26 - 18 = 8$

Info Smart

- 📁 **Median** adalah nilai tengah setelah data diurutkan
- 📁 **Jangkauan** adalah nilai terbesar dikurangi nilai terkecil

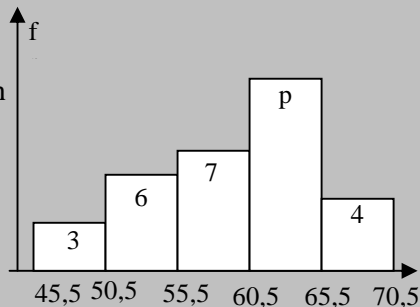


Smart

Jawaban : B

Soal**Statistika**

9. *Ebtanas '98 No.10*
Rataan hitung data dari
Histogram disamping adalah
59. Nilai $p = \dots$
- A. 12
B. 11
C. 10
D. 9
E. 8

**Solusi**

Gunakan info smart :

- ☞ Perhatikan gambar

Jawaban : C

Info Smart

- ☞ Titik tengah dari interval :
- 45,5-50,5 adalah : 48
 - 50,5-55,5 adalah : 53
 - 55,5-60,5 adalah : 58
 - 60,5-65,5 adalah : 63
 - 65,5-70,5 adalah : 68
- ☞ Masing-masing titik tengahnya dikalikan frekuensi. Gunakan rumus :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 48 + 6 \cdot 53 + 7 \cdot 58 + p \cdot 63 + 4 \cdot 68}{3 + 6 + 7 + p + 4}$$

$$59 = \frac{144 + 318 + 406 + 63p + 272}{20 + p}$$

$$1180 + 59p = 1140 + 63p$$

$$4p = 1180 - 1140 = 40$$

$$p = 10$$

Statistika

Soal

10. Ebtanas 1997 No.12

Ragam (varians) dari data :

6, 8, 6, 7, 8, 7, 9, 7, 7, 6, 7, 8, 6, 5, 8, 7

Adalah.....

A. 1

B. $1\frac{8}{3}$

D. $\frac{7}{8}$

C. $1\frac{1}{8}$

E. $\frac{5}{8}$

Solusi

Gunakan info smart :

📁 Rataannya :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{5.1 + 6.4 + 7.6 + 8.4 + 9.1}{1 + 4 + 6 + 4 + 1} \\ &= \frac{112}{16} = 7 \end{aligned}$$

📁 Ragamnya :

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1.2^2 + 4.1^2 + 6.0^2 + 4.1^2 + 1.2^2}{16} \\ &= \frac{4 + 4 + 0 + 4 + 4}{16} \\ &= \frac{16}{16} = 1 \end{aligned}$$

Jawaban : A

Info Smart

📁 Rataan :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

📁 Ragam (varians)

$$s^2 = \frac{\sum f_i / x_i - \bar{x}^2}{\sum f_i}$$



Smart

Soal**Statistika****11. Ebtanas 1996/No.11**

Rata-rata nilai ulangan Matematika dari 40 orang siswa adalah 5,1. Jika seorang siswa tidak disertakan dalam perhitungan, maka nilai rata-ratanya menjadi 5,0. Nilai siswa tersebut adalah...

- A. 9,0
- B. 8,0
- C. 7,5
- D. 6,0
- E. 5,5

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{✎ } \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n_1}$$

$$\begin{aligned} \sum \bar{x}_1 &= n_1 \cdot \bar{x}_1 \\ &= 40 \cdot (5,1) \\ &= 204 \end{aligned}$$

$$\text{✎ } \bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n_2}$$

$$\begin{aligned} \sum \bar{x}_2 &= n_2 \cdot \bar{x}_2 \\ &= 39 \cdot (5,0) \\ &= 195 \end{aligned}$$

✎ Nilai siswa yang tidak diikutkan adalah : $204 - 195 = 9,0$

Jawaban : A

Info Smart

✎ Rataan Rumus Umum :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

n = banyak data



Smart

✎ 40 orang rata-rata 5,1

$$40(5,1) = 204$$

✎ 39 orang rata-rata 5,0

$$39(5,0) = 195$$

Jadi : Nilai siswa = $204 - 195$
= 9,0

Soal

Statistika

12. Ebtanas 1996/No.12

Berat Badan	f
50 - 52	4
53 - 55	5
56 - 58	3
59 - 61	2
62 - 64	6

Median dari distribusi frekuensi di atas adalah...

- A. 52,5
- B. 54,5
- C. 55,25
- D. 55,5
- E. 56,5

Solusi

☞ $\sum f = 20 \Rightarrow n = 20$

Letak Median :

$$\frac{1}{2}n = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10, \text{ berarti}$$

Kelas Median : 56 - 58

$$Tb = 55,5$$

$$p = 3$$

$$F = 4 + 5 = 9$$

$$f = 3$$

☞
$$Me = Tb + p \frac{\frac{1}{2}n - F}{f}$$

$$Me = 55,5 + 3 \frac{10 - 9}{3}$$

$$= 55,5 + 1$$

$$= 56,5$$

Jawaban : E

Info Smart

☞ Rumus Median data Kelompok :

$$Me = Tb + p \frac{\frac{1}{2}n - F}{f}$$

Me = Median

Tb = Tepi bawah kelas median.

p = panjang interval kls

n = Jumlah frekuensi

Jumlah seluruh data

F = Jumlah frekuensi sebelum kelas median

f = frekuensi kelas median

Catatan : Tb diambil dari batas bawah kelas Median dikurangi 0,5 (jika data interval bulat)

Statistika

Soal

13. Ebtanas 1995/No. 12

Simpangan kuartil dari data :

6, 4, 5, 6, 8, 5, 6, 7, 4, 5, 7, 8, 3, 4, 6 adalah...

A. $5\frac{1}{2}$

B. 3

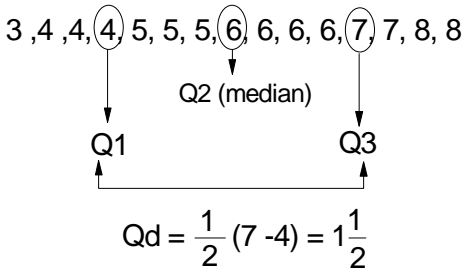
C. 2

D. $1\frac{1}{2}$

E. 1

Solusi

Gunakan info smart :



Jawaban : D

Info Smart

✉ Rumus Simpangan kuartil atau Jangkauan semi inter kuartil adalah :

$$Q_d = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

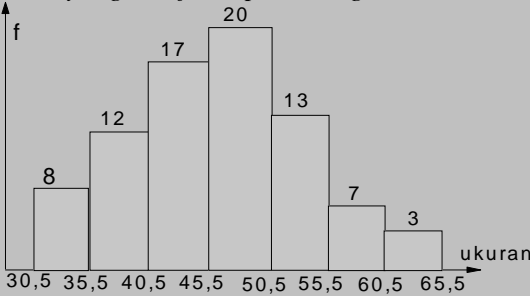


Statistika

Soal

14. Ebtanas 1990/No.17

Data yang disajikan pada diagram di bawah, mempunyai modus =...



- A. 45,5
- B. 46
- C. 47
- D. 48
- E. 50,5

Solusi

Gunakan info smart :

☞ Perhatikan gambar :
Balok tertinggi berada pada rentang : 45,5 – 50,5, ini disebut kelas modus.

$$Tb = 45,5$$

$$p = 50,5 - 45,5 = 5$$

$$S_1 = 20 - 17 = 3$$

$$S_2 = 20 - 13 = 7$$

$$\begin{aligned} Mo &= Tb + p \frac{S_1}{S_1 + S_2} \\ &= 45,5 + 5 \frac{3}{3 + 7} \\ &= 45,5 + 1,5 \\ &= 47 \end{aligned}$$

Jawaban : C

Info Smart

☞ Rumus Modus data kelompok :

$$Mo = Tb + p \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

Dengan :

Mo = Modus

Tb = Tepi bawah kelas Modus

p = panjang interval kelas
S₁ = selisih frekuensi kelas Modus dgn frekuensi sebelumnya. (selisih ke atas)

S₂ = selisih frekuensi kelas Modus dgn frekuensi sebelumnya (selisih ke bawah)

Statistika

Soal

15. Uan 2003/P5/No.14

Nilai rata-rata ulangan matematika dari 39 siswa disuatu kelas adalah 65. Bila nilai seorang siswa yang mengikuti ulangan susulan digabungkan, maka nilai rata-ratanya menjadi 65,5. Nilai siswa tersebut adalah...

- A. 65
- B. 70
- C. 75
- D. 80
- E. 85

Solusi

Gunakan info smart :

- ☞ Misal anak tersebut A
Nilai rata-rata 39 siswa 65

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{\sum x_1}{n} \Rightarrow \sum x_1 = n_1 \cdot \bar{x} \\ &= 39 \cdot 65 \\ &= 2535 \end{aligned}$$

Banyak siswa setelah A bergabung , $n = 40$

$$\begin{aligned} \bar{x}_2 &= \frac{\sum x_2}{n} \Rightarrow \sum x_2 = n_2 \cdot \bar{x} \\ &= 40 \cdot (65,5) \\ &= 2620 \end{aligned}$$

- ☞ Nilai A = $\sum x_2 - \sum x_1$
= $2620 - 2535$
= 85

Jawaban : E

Info Smart

- ☞ Rumus Umum Rataan

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$



Smart

- ☞ Nilai A:

$$\begin{aligned} &\begin{array}{l} \text{rataan} \\ \text{awal} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{banyak siswa} \\ \text{sekarang} \end{array} \\ &\quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ &\quad \text{selisih rataan} \\ &A = 65 + (65,5 - 65) \cdot 40 \\ &= 65 + 20 \\ &= 85 \end{aligned}$$

Soal

Statistika

16. Uan 2003/P-1/No.12

Nilai rata-rata ujian bahasa inggris 40 siswa suatu SMU yang diambil secara acak adalah 5,5. data nilai yang diperoleh sebagai berikut :

Frekuensi	17	10	6	7
nilai	4	x	6,5	8

Jadi $x = \dots$

- A. 6
- B. 5,9
- C. 5,8
- D. 5,7
- E. 5,6

Solusi

Gunakan info smart :

☞ Rataan diperoleh sbb :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

$$5,5 = \frac{17 \cdot 4 + 10 \cdot x + 6(6,5) + 7 \cdot 8}{17 + 10 + 6 + 7}$$

$$5,5 = \frac{68 + 10x + 39 + 56}{40}$$

$$220 = 163 + 10x$$

$$10x = 57$$

$$x = 5,7$$

Info Smart

☞ Rumus umum rataaan :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

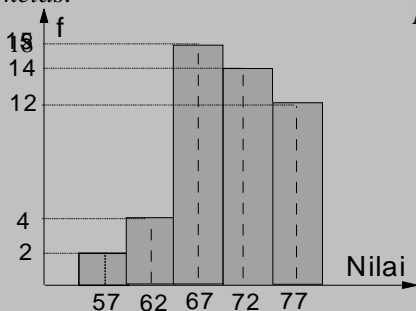


Soal

Statistika

17. Uan 2003/P-1/No.14

Histogram pada gambar menunjukkan nilai tes matematika disuatu kelas.



Nilai rata-ratanya adalah...

- A. 69
- B. 69,5
- C. 70
- D. 70,5
- E. 71

Solusi

Gunakan info smart :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{57 \cdot 2 + 62 \cdot 4 + 67 \cdot 18 + 72 \cdot 14 + 77 \cdot 12}{2 + 4 + 18 + 14 + 12} \\ &= \frac{3500}{50} \\ &= 70 \end{aligned}$$

Info Smart

Rumus umum rata-rata :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$



Smart

Soal**Statistika**

18 Tes terhadap suatu pelajaran dari 50 siswa diperoleh nilai rata-rata 50, median 40 dan simpangan bakunya 10. Karena rata-rata nilai terlalu rendah maka semua nilai dikalikan 2 kemudian dikurangi 15, akibatnya...

- A. rata-rata menjadi 70
- B. rata-rata menjadi 65
- C. simpangan baku menjadi 20
- D. simpangan baku menjadi 5
- E. median menjadi 80

Solusi

Gunakan info smart :

- ☞ Rataan awal : 35
Dilakukan operasi kali 2 dikurangi 15, maka :
Rataan menjadi : $2 \cdot 35 - 15 = 70 - 15 = 55$
- ☞ Median awal : 40
Dilakukan operasi kali 2 dikurangi 15, maka :
Median menjadi : $2 \cdot 40 - 15 = 80 - 15 = 65$
- ☞ Simpangan baku awal : 10
Dilakukan operasi kali 2 dikurangi 15, maka :
Sim.baku menjadi : $2 \cdot 10 = 20$

Jawaban : C

Info Smart

☞ **Ukuran Pemusatan** :
(rata-rata, median, modus, kuartil dan lainnya)
Jika dilakukan suatu operasi, akan berubah mengikuti pola operasi yang bersangkutan.

☞ **Ukuran Penyebaran** :
(Jangkauan, simpangan kuartil, simpangan baku, dan lainnya)
Jika dilakukan operasi **penjumlahan** dan **pengurangan** tidak merubah ukuran yg bersangkutan, tetapi dengan **perkalian** dan **pembagian** maka akan berubah mengikuti operasi yang bersangkutan.

Soal

Statistika

19. Prediksi Uan 2005

Berat Badan	f
51 - 52	4
53 - 55	5
56 - 58	3
59 - 61	2
62 - 64	6

Kuartil bawah dari distribusi frekuensi di atas adalah...

- F. 52,5
- G. 53,1
- H. 55,25
- I. 55,5
- J. 56,5

Solusi

☞ $\sum f = 20 \Rightarrow n = 20$

Letak kuartil bawah :

$$\frac{1}{4}n = \frac{1}{4} \cdot 20 = 5, \text{ berarti}$$

Kelas Q_1 : 53 - 55

$$Tb = 52,5$$

$$p = 3$$

$$F = 4$$

$$f = 5$$

☞
$$Q_1 = Tb + p \frac{\frac{1}{4}n - F}{f}$$

$$\begin{aligned} Me &= 52,5 + 3 \frac{5 - 4}{5} \\ &= 52,5 + 0,6 \\ &= 53,1 \end{aligned}$$

Jawaban : B

Info Smart

☞ Rumus Median data Kelompok :

$$Q_1 = Tb + p \frac{\frac{1}{4}n - F}{f}$$

Q_1 = Kuartil bawah

Tb = Tepi bawah kelas

Kuartil bawah

p = panjang interval kls

n = Jumlah frekuensi

Jumlah seluruh data

F = Jumlah frekuensi sebelum kelas Q_1

f = frekuensi kelas Q_1

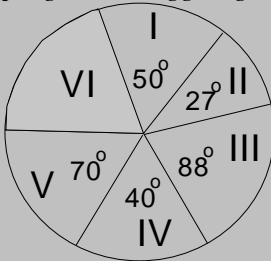
Catatan : Tb diambil dari batas bawah kelas Q_1 dikurangi 0,5 (jika data interval bulat)

Statistika

Soal

20. SPMB 2002

Jika perbandingan 10800 mahasiswa yang diterima pada enam perguruan tinggi digambarkan sebagai diagram lingkaran,





Banyak mahasiswa diterima di perguruan tinggi VI adalah...

- A. 2700
- B. 2640
- C. 2550
- D. 2250
- E. 2100

Solusi

Gunakan info smart :




 Besar Sudut Perguruan tinggi ke VI = $(360 - 50 - 27 - 88 - 40 - 70)^\circ = 85^\circ$


 Banyak mahasiswa diterima di perguruan tinggi VI adalah :

$$\frac{85}{360} \times 10800 = 2550$$

Jawaban : C

Info Smart

- 
 Lingkaran mempunyai sudut keliling sebesar 360°
- 
 Bagian VI mempunyai sudut 360° dikurangi sudut-sudut yang diketahui.



Program Linier

1. EBTANAS 2002/P-1/No.23

Nilai minimum fungsi objektif $x+3y$ yang memenuhi pertidaksamaan $3x + 2y \geq 12$, $x + 2y \geq 8$, $x+y \leq 8$, $x \geq 0$ adalah....

- A. 8
- B. 9
- C. 11
- D. 18
- E. 24

Triks

Objektif $Z = x + 3y$ (berat ke y) berarti hanya dibaca : minimumkan $Z = x$ minimum, PP harus “Besar” , maksudnya pilih pertidaksamaan yang besar “ \geq “ ambil nilai Peubah yang “Besar”

$$3x + 2y \geq 12 \dots x = 4$$

$$x + 2y \geq 8 \dots x = 8, \text{ terlihat peubah besar} = 8$$

$$\text{maka } Z_{\min} = x = 8$$

Info :



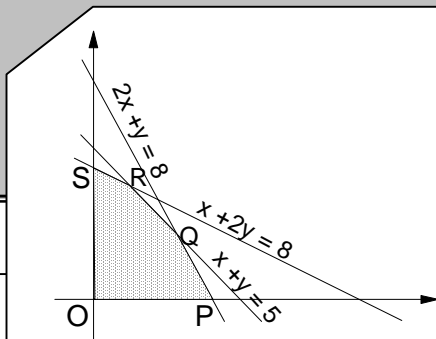
Objektif $Z = AX + By$
Misal berat ke y ($B > A$)
Maka $Z_{\min} = AX$
 $Z_{\max} = By$

Program Linier

2. EBTANAS 2001/P-1/No.10

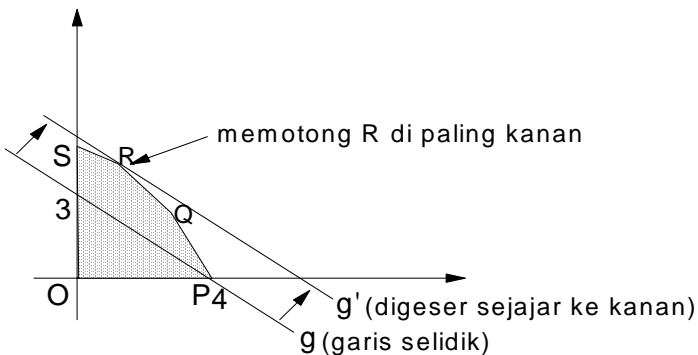
Untuk daerah yang diarsir, nilai maksimum dari fungsi objektif $T = 3x + 4y$ terjadi di titik...

- A. O
- B. P
- C. Q
- D. R
- E. S



Triks

g adalah garis selidik $3x + 4y = 12$. Perhatikan garis g' berada di R, artinya maksimum fungsi T beradadi R



Program Linier

3. UAN 2003/P-1/No.23

Nilai maksimum bentuk objektif $(4x + 10y)$ yang memenuhi himpunan penyelesaian system pertidaksamaan linier $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 0, x + 2y \geq 16$ adalah....

- A. 104
- B. 80
- C. 72
- D. 48
- E. 24

Triks

Info :

π

✎ Objektif $Z = AX + By$
Misal berat ke y ($B > A$)
Maka $Z_{\min} = AX$
 $Z_{\max} = By$

✎ Objektif $Z = 4x + 10y$

(berat ke y) berarti

hanya dibaca : maksimumkan $Z = 10y$

Maksimum, PP harus "Kecil", maksudnya

pilih pertidaksamaan yang kecil " \leq "

ambil nilai Peubah yang "kecil"

$x + y \leq 12 \dots y = 12$

$x + 2y \leq 16 \dots y = 8$, terlihat peubah kecil = 8

maka $Z_{\max} = 10y = 10 \cdot 8 = 80$

Program Linier

4. Nilai maksimum dari $z = 30x + 20y$ untuk (x, y) yang terletak dalam daerah $x + y \leq 6$, $x + y \geq 3$, $2 \leq x \leq 4$ dan $y \geq 0$ adalah...
- A. 100
 - B. 120
 - C. 140
 - D. 160
 - E. 180

Triks

Info :

π

π

Sasaran Max, berarti pilih pertidaksamaan dan peubah (PP) "Kecil"

- ✍ $Z = 30x + 20y \rightarrow$ ambil nilai x pertidaksamaan kecil pada interval $2 \leq x \leq 4$, berarti $x = 4$
- ✍ $x = 4$ substitusi ke $x + y = 6$ di dapat $y = 2$.
Dengan demikian nilai z maksimum akan di capai pada titik $(4, 2)$
- ✍ $z_{\max} = 30.4 + 20.2 = 120 + 40 = 160$

Program Linier

5. Seorang anak diharuskan makan dua jenis vitamin tablet setiap hari. Tablet pertama mengandung 4 unit vitamin A dan 3 unit vitamin B, sedangkan tablet kedua mengandung 3 unit vitamin A dan 2 unit vitamin B. Dalam satu hari ibu memerlukan 24 unit vitamin A dan 7 unit vitamin B. Jika harga tablet pertama Rp 50,00/biji dan tablet kedua Rp 100,00/biji, maka pengeluaran minimum untuk membeli tablet perhari....
- A. Rp 200,00
 B. Rp 250,00
 C. Rp 300,00
 D. Rp 350,00
 E. Rp 400,00

Solusi

π x = unit vitamin A
 y = unit vitamin B, berarti :

$$4x + 3y \geq 24$$

$$3x + 2y \geq 7$$

π $z = 50x + 100y$, koefisien y besar, berarti pilih nilai y yang "kecil" saja (minimum) dari :

$$4x + 3y = 24 \text{ dan } 3x + 2y = 7.$$

Dari $3x + 2y = 7$ di dapat $y = 7/2$.

π $Z_{\min} = 7/2 \cdot 100 = 350$

Info =

π
 Min, Sasaran
 "besar" dan PP
 "kecil"

Program Linier

6. SPMB 2002/610/No.10

Nilai maksimum dari $x + y - 6$ yang memenuhi $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 8y \leq 340$, dan $7x + 4y \leq 280$ adalah....

- A. 52
- B. 51
- C. 50
- D. 49
- E. 48



Solusi

Info :

π

✎ Objektif $Z = Ax + By + C$
 Misal Seimbang ($A = B$)
 Maka $Z_{\min} = Ax + By + C$
 $Z_{\max} = Ax + By + C$

✎ Fungsi Objektif

$$Z = x + y - 6$$

Perhatikan Koefisien x dan y ... Seimbang

Berarti penyelesaian ada di titik potong P "kecil"

$$\begin{array}{r} \swarrow \\ \times 2 \\ \searrow \end{array} \left. \begin{array}{l} 7x + 4y = 280 \\ 3x + 8y = 340 \\ 14x + 8y = 560 \end{array} \right] \ominus \begin{array}{l} -11x = -220 \\ x = 20 \end{array}$$

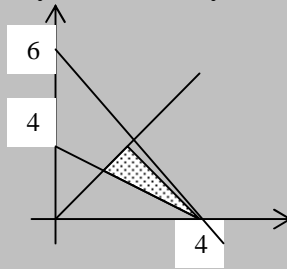
$$\begin{array}{l} x = 20 \text{ susupkan ke : } 7x + 4y = 280 \\ 7(20) + 4y = 280 \\ y = 35 \end{array}$$

$$Z_{\max} = 20 + 35 - 6 = 49$$

Program Linier

7. Nilai maksimum $f(x, y) = 5x + 10y$ di daerah yang diarsir adalah....

- A. 60
- B. 40
- C. 36
- D. 20
- E. 16



Triks

Info :

π

π Penyelesaian terletak pada titik potong $y = x$ dengan $6x + 4y = 24$

$$6x + 4x = 24 \rightarrow x = \frac{12}{5}$$

karena $y = x$ maka $y = \frac{12}{5}$

π $F_{\max} = 5 \cdot \frac{12}{5} + 10 \cdot \frac{12}{5} = 12 + 24 = 36$

Program Linier

8. Nilai maksimum dari $x + y$ yang memenuhi syarat-syarat $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + 2y - 6 \geq 0$, $2x + 3y - 19 \leq 0$ dan $3x + 2y - 21 \leq 0$ adalah....
- A. 6
 - B. 7
 - C. 8
 - D. 9
 - E. 10

Triks

Info :

π

π Sasaran Max, berarti pilih pertidaksamaan dan peubah (PP) "Kecil"

- π $z = x + y$ di cari maksimum, maka pilih pertidaksamaannya yang "kecil"
 yakni $2x + 3y - 19 \leq 0$ dan $3x + 2y - 21 \leq 0$, dipotongkan
- π $2x + 3y = 19 \quad .3 \rightarrow 6x + 9y = 57$
 $3x + 2y = 21 \quad .2 \rightarrow \underline{6x + 4y = 42 -}$
 $5y = 15$
 $y = 3, x = 5$
- π $z_{\max} = 5 + 3 = 8$

Program Linier

9. Nilai minimum $P = 30x + 10y$ dengan syarat :

$$2x + 2y \geq 4$$

$$6x + 4y \leq 36$$

$$2x - y \leq 10$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0 \text{ adalah....}$$

A. 5

B. 20

C. 50

D. 100

E. 150

Triks

Info :

π

π

Sasaran Min, berarti pilih pertidaksamaan dan peubah (PP) "Besar"

✎ $P = 30x + 10y$ di cari minimum, maka pilih pertidaksamaannya yang "besar" yakni $2x + 2y \geq 4$, berarti : $y = 2$ (sasaran berat ke-x)

✎ Jadi $P_{\max} = 10 \cdot 2 = 20$

Program Linier

10. Pedagang buah akan membeli apel dan jeruk. Harga setiap kg apel dan setiap kg jeruk berturut-turut adalah Rp 6.000,00 dan Rp 4.000,00. Pedagang itu memiliki uang Rp 500.000,00 dan hanya ingin membeli buah paling banyak 200 kg. Misalnya banyak apel x kg dan banyaknya jeruk y kg, maka system pertidaksamaan yang harus dipenuhi adalah...

- A. $3x + 2y \leq 250, x + y \leq 200, x \geq 0, y \geq 0$
- B. $3x + 2y \geq 250, x + y \leq 200, x \geq 0, y \geq 0$
- C. $3x + 2y \geq 250, x + y \geq 200, x \geq 0, y \geq 0$
- D. $2x + 3y \leq 250, x + y \leq 200, x \geq 0, y \geq 0$
- E. $2x + 3y \geq 250, x + y \geq 200, x \geq 0, y \geq 0$

Solusi

- ✍ Misal $x =$ apel
 $y =$ jeruk
- ✍ Harga buah :
 $6000x + 4000y \leq 500.000$
disederhanakan menjadi :
 $3x + 2y \leq 250 \dots\dots (i)$
- ✍ Kapasitas :
 $x + y \leq 200 \dots\dots (ii)$
- ✍ Syarat : $x \geq 0$ dan $y \geq 0 \dots\dots (A)$

Program Linier

11. Rokok A yang harga belinya Rp 1.000 dijual dengan harga Rp 1.100 per bungkus sedangkan rokok B yang harga belinya Rp 1.500 dijual dengan harga Rp 1.700 per bungkus. Seorang pedagang rokok yang mempunyai modal Rp 300.000 dan kiosnya dapat menampung paling banyak 250 bungkus rokok akan mendapat keuntungan maksimum jika ia membeli....
- 150 bungkus rokok A dan 100 bungkus rokok B
 - 100 bungkus rokok A dan 150 bungkus rokok B
 - 250 bungkus rokok A dan 200 bungkus rokok B
 - 250 bungkus rokok A saja
 - 200 bungkus rokok B saja

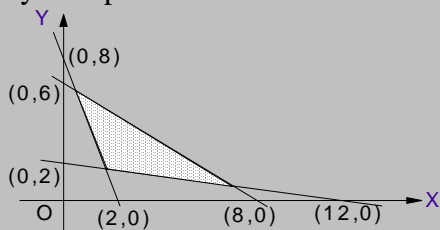
Solusi

- π Sistem pertidaksamaannya :
- $$1000x + 1500y \leq 300.000 \text{ (harga beli)}$$
- disederhanakan : $2x + 3y \leq 600 \dots (i)$
- π Kapasitas : $x + y \leq 250 \dots (ii)$
- π Fungsi sasarannya : $z = 1100x + 1700y$
- Terlihat berat ke "posisi y", berarti cari nilai y yang kecil dari (i) dan (ii)
- $$2x + 3y = 600 \rightarrow x = 0, y = 200$$
- $$x + y = 250 \rightarrow x = 0, y = 250$$
- π Kelihatan y yang kecil adalah 200
- Jadi keuntungan maksimum pasti pada saat ia membeli 200 bungkus rokok B saja

Program Linier

12. UAN 2003/P-2/No.23

Daerah yang di arsir merupakan penyelesaian dari system pertidaksamaan

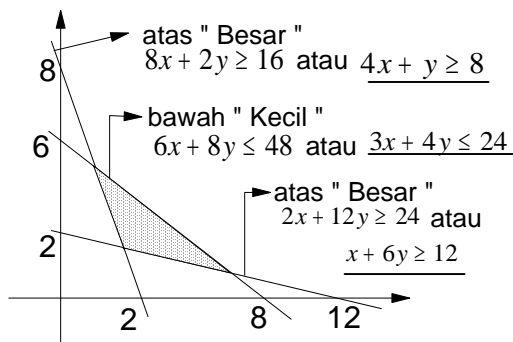


- A. $4x + y \geq 8, 3x + 4y \geq 24, x + 6y \geq 12$
- B. $4x + y \geq 8, 3x + 4y \leq 24, x + 6y \leq 12$
- C. $4x + y \geq 8, 3x + 4y \leq 24, x + 6y \geq 12$
- D. $4x + y \leq 8, 3x + 4y \geq 24, x + 6y \leq 12$
- E. $4x + y \geq 8, 3x + 4y \geq 24, x + 6y \leq 12$



Solusi

Terlihat :
Jawaban : C



Komposisi Fungsi

1. Jika $f(x) = \frac{1}{x}$ dan $g(x) = 2x - 1$, maka $(f \circ g)^{-1}(x)$ adalah....

A. $\frac{2x-1}{x}$

B. $\frac{x}{2x-1}$

C. $\frac{x+1}{2x}$

D. $\frac{2x+1}{2x}$

E. $\frac{2x-1}{2x}$

Smart

Info :

π

π $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{x}$ dan $g(x) = 2x-1$

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{2x-1} = \frac{0 \cdot x + 1}{2x-1}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+1}{2x}$$

Komposisi Fungsi

2. Jika $(g \text{ of})(x) = 4x^2 + 4x$, dan $g(x) = x^2 - 1$, maka $f(x - 2)$ adalah...
- $2x + 1$
 - $2x - 1$
 - $2x - 3$
 - $2x + 3$
 - $2x - 5$

Smart

Info :

π

π $f(x) = ax + b$ maka :

$$f(x - k) = a(x - k) + b$$

π sebaliknya :

$f(x - k) = ax + b$, maka :

$$f(x) = a(x + k) + b$$

$$\nabla (g \text{ of})(x) = 4x^2 + 4x, \quad g(x) = x^2 - 1$$

$$g(f(x)) = 4x^2 + 4x$$

$$f^2(x) - 1 = 4x^2 + 4x$$

$$f^2(x) = 4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$\nabla f(x - 2) = 2(x - 2) + 1 \\ = 2x - 3$$

Komposisi Fungsi

3. Jika $f(x) = \sqrt{x+1}$ dan $g(x) = x^2 - 1$, maka $(g \text{ of } f)(x)$ adalah....
- x
 - $x - 1$
 - $x + 1$
 - $2x - 1$
 - $x^2 + 1$

Smart

Info :

π

π $\sqrt{a^2} = a$, tapi :

$$(\sqrt{a^2})^2 = a^2$$

$$\text{jadi : } (\sqrt{f(x)})^2 = f(x)$$

π

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x+1} \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$$

$$(g \text{ of } f)(x) = g(f(x))$$

$$= ((\sqrt{x+1})^2 - 1)$$

$$= x + 1 - 1$$

$$= x$$

Komposisi Fungsi

4. Jika $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ dan $(f \circ g)(x) = \frac{x}{3x-2}$, maka $g(x)$ sama dengan....

A. $2 + \frac{1}{x}$

B. $1 + \frac{2}{x}$

C. $2 - \frac{1}{x}$

D. $1 - \frac{2}{x}$

E. $2 - \frac{1}{2x}$

Solusi

Info :

π

$$\text{✎ } (f \circ g) = \frac{x}{3x-2},$$

$$\text{✎ } f = \frac{1}{2x-1}$$

$$f(g) = \frac{x}{3x-2}$$

$$\frac{1}{2g-1} = \frac{x}{3x-2} \rightarrow 2g-1 = \frac{3x-2}{x}$$

$$g = \frac{3x-2}{2x} + \frac{1}{2} = \frac{6x+4+2x}{4x} = \frac{8x+4}{4x} = 2 + \frac{1}{x}$$

Komposisi Fungsi

5. Fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ditentukan oleh $f(x) = 2x - 1$ dan $g(x) = x^2 + 6x + 9$, maka $(g \circ f)(x)$ adalah....
- $2x^2 + 12x + 17$
 - $2x^2 + 12x + 8$
 - $4x^2 + 12x + 4$
 - $4x^2 + 8x + 4$
 - $4x^2 - 8x - 4$

Solusi

Info :

$$\pi \quad (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } f(x) &= 2x - 1, & g(x) &= x^2 + 6x + 9 \\ (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= (2x - 1)^2 + 6(2x - 1) + 9 \\ &= 4x^2 - 4x + 1 + 12x - 6 + 9 \\ &= 4x^2 + 8x + 4 \end{aligned}$$

Komposisi Fungsi

6. Jika $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ dan

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}, \text{ maka } g(x-3) = \dots$$

A. $\frac{1}{x-5}$

B. $\frac{1}{x+1}$

C. $\frac{1}{x-1}$

D. $\frac{1}{x-3}$

E. $\frac{1}{x+3}$

Solusi

Info :

$$\pi \quad f \circ g(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$\sqrt{g^2 + 1} = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$g^2 + 1 = \frac{1}{(x-2)^2} (x^2 - 4x + 5)$$

$$g^2 = \frac{x^2 - 4x + 5 - (x-2)^2}{(x-2)^2} = \frac{1}{(x-2)^2}$$

$$g = \frac{1}{x-2} \rightarrow g(x-3) = \frac{1}{x-3-2} = \frac{1}{x-5}$$

Komposisi Fungsi

7. Diketahui fungsi $f(x) = \sqrt[3]{1-x^3} + 2$. Invers dari $f(x)$ adalah....

- A. $1 - \sqrt[3]{(x-2)^3}$
- B. $(1 - (x-2)^3)^3$
- C. $(2 - (x-1)^3)^3$
- D. $(1 - (x-2)^3)^{1/3}$
- E. $(2 - (x-1)^3)^{1/3}$

Solusi

Info :

$$f(x) = \sqrt[3]{1-x^3} + 2$$

$$f - 2 = \sqrt[3]{1-x^3}$$

$$(f-2)^3 = 1-x^3$$

$$x^3 = 1-(f-2)^3$$

$$x = \sqrt[3]{1-(f-2)^3} = (1-(f-2)^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$f^{-1}(x) = (1-(x-2)^3)^{\frac{1}{3}}$$

Komposisi Fungsi

8. Jika $f(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$ dan $g(x) = \frac{x}{x+1}$; $x \neq -1$, maka

$$(g \circ f)^{-1}(2) = \dots$$

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

E. 4

Solusi

Info :

$$\pi \quad f(x) = \sqrt{x} \quad \rightarrow \quad f^{-1}(x) = x^2$$

$$g(x) = \frac{x}{x+1} \quad \rightarrow$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x}{1-x}$$

$$\pi \quad (g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$$

$$= \left(\frac{x}{1-x} \right)^2$$

$$(g \circ f)^{-1}(2) = \left(\frac{2}{1-2} \right)^2 = 4$$

Komposisi Fungsi

9. Jika $f(x) = 2x - 3$ dan $(g \circ f)(x) = 2x + 1$, maka $g(x) = \dots$
- A. $x + 4$
 - B. $2x + 3$
 - C. $2x + 5$
 - D. $x + 7$
 - E. $3x + 2$

Solusi

Info :

π Jika $f(x) = ax + b$ dan $(g \circ f)(x) = u(x)$

$$\text{Maka : } g(x) = u\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } f(x) &= 2x - 3, \\ (g \circ f)(x) &= 2x + 1 \end{aligned}$$

$$g(x) = 2\left(\frac{x+3}{2}\right) + 1 = x + 4$$

Komposisi Fungsi

10. Jika $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 8x - 3$ dan $g(x) = 2x + 4$, maka

$$f^{-1}(x) = \dots$$

A. $x + 9$

B. $2 + \oplus x$

C. $x^2 - 4x - 3$

D. $2 + \sqrt{x+1}$

E. $2 + \sqrt{x+7}$

Solusi

Info :

$$\begin{aligned} \pi \quad g(x) &= 2x + 4, \\ (f \circ g)(x) &= 4x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

$$f(x) = 4\left(\frac{x-4}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{x-4}{2}\right) - 3$$

$$= x^2 - 8x + 16 + 4x - 16 - 3$$

$$= x^2 - 4x - 3 = (x - 2)^2 - 7$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+7}$$

Komposisi Fungsi

11. Prediksi UAN/SPMB

Jika $f(x) = 2x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 12x + 7$. Nilai dari $g(1) = \dots$

- A. 10
- B. -12
- C. 9
- D. -9
- E. 8

Solusi

Info :

$$\text{✎ } f(x) = ax + b \text{ dan } (f \circ g)(x) = px^2 + qx + r$$

$$g(x) = \frac{px^2 + qx + r - b}{a}$$

$$\text{maka : } = \frac{4x^2 + 12x + 7 - 3}{2}$$

$$= \frac{4 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 + 7 - 3}{2}$$

$$= 10$$

Komposisi Fungsi

12. Prediksi UAN/SPMB

$f(x) = 3^{4x}$ maka invers dari $f(x)$ adalah....

- A. ${}^3\log 4x$
- B. ${}^4\log 3x$
- C. ${}^3\log x^4$
- D. ${}^4\log x^3$
- E. ${}^3\log \sqrt[4]{x}$

Solusi

Info :

☞ Jika $f(x) = a^{px}$ maka $f^{-1}(x) = {}^a\log x^{\frac{1}{p}}$

$$f(x) = 3^{4x} \text{ maka } f^{-1}(x) = {}^3\log x^{\frac{1}{4}} = {}^3\log \sqrt[4]{x}$$

Komposisi Fungsi

13. UAN 2003/P-2/No.16

Ditentukan $g(f(x)) = f(g(x))$. Jika $f(x) = 2x + p$ dan $g(x) = 3x + 120$, maka nilai $p = \dots$

- A. 30
- B. 60
- C. 90
- D. 120
- E. 150

Solusi

Info :

$$\begin{aligned} \text{✉ } g(f(x)) &= f(g(x)) \div g(2x + p) = f(3x + 120) \\ 3(2x + p) + 120 &= 2(3x + 120) + p \\ 6x + 2p + 120 &= 6x + 240 + p \\ 2p - p &= 240 - 120 \\ p &= 120 \end{aligned}$$

Komposisi Fungsi

14. UAN 2003/P-1/No.16

Jika $f^{-1}(x)$ adalah invers dari fungsi

$$f(x) = \frac{2x+5}{3x-4}, x \neq \frac{4}{3}. \text{ Maka nilai } f^{-1}(2) \text{ sama dengan}$$

- A. 2,75
- B. 3
- C. 3,25
- D. 3,50
- E. 3,75

Smart

Info :

$$\text{O } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}, \text{ maka}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x+5}{3x-4} \div f^{-1}(x) = \frac{4x+5}{3x-2}$$

$$f^{-1}(2) = \frac{4 \cdot 2 + 5}{3 \cdot 2 - 2} = \frac{13}{4} = 3,25$$

Komposisi Fungsi

15. UAN 2003/P-2/No.17

Fungsi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ didefinisikan sebagai

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}, x \neq -\frac{4}{3}. \text{ Invers dari fungsi } f \text{ adalah}$$

$$f^{-1}(x) = \dots$$

A. $\frac{4x-1}{3x+2}, x \neq -\frac{2}{3}$

B. $\frac{4x+1}{3x-2}, x \neq \frac{2}{3}$

C. $\frac{4x+1}{2-3x}, x \neq \frac{2}{3}$

D. $\frac{4x-1}{3x-2}, x \neq \frac{2}{3}$

E. $\frac{4x+1}{3x+2}, x \neq -\frac{2}{3}$



Smart

Info :

O $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

☞ $f(x) = \frac{2x-1}{3x+4} \div f^{-1}(x) = \frac{-4x-1}{3x-2} \dots(\text{kali} : -1)$

$$f^{-1}(x) = \frac{4x+1}{2-3x}$$

Komposisi Fungsi

16. UAN 2003/P-1/No.17

Diketahui $f(x) = x + 2$ dan $g(x) = \frac{15}{x}$ untuk $x \neq 0$. Jika

$f^{-1}(x)$ = fungsi invers dari $f(x)$ dan $g^{-1}(x)$ = fungsi invers dari $g(x)$, maka nilai $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = 1$ dipenuhi untuk $x = \dots$

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 8
- E. 10

Smart

Info :

○ $f = x + 2$, maka :
 $f^{-1} = x - 2$

○ $g = \frac{15}{x}$, maka $g^{-1} = \frac{15}{x}$

📁 $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = 1$

$$f^{-1}(g^{-1})(x) = 1 \div f^{-1}\left(\frac{15}{x}\right) = 1$$

$$\frac{15}{x} - 2 = 1 \text{ atau } 3x = 15$$

○ Jadi : $x = 5$

Trigonometri

1. Jika x di kuadran II dan $\tan x = a$, maka $\sin x$ adalah....

A. $\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$

B. $-\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$

D. $-\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$

E. $\frac{-\sqrt{a-a^2}}{a}$

Smart

$$\pi \quad \tan x = \frac{p}{q}$$

Info :

$$\sin x = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

$$\cos x = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}}$$

$$\pi \quad \tan x = a = \frac{a}{-1} \rightarrow \sin x = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

Trigonometri

2. Jika $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}$, maka $\text{ctg}(\frac{\pi}{2} - x) = \dots$

- A. 2
- B. -3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

Smart

Remember

$$\pi \quad \cos x = \frac{p}{q} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{q^2 - p^2}}{q}$$

$$\pi \quad \text{ctg}(\frac{\pi}{2} - x) = \tan x$$

$$\pi \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\pi \quad \cos x = \frac{\sqrt{5}}{5} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{25-5}}{5} = \frac{\sqrt{20}}{5}$$

$$\pi \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{20}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4} = 2$$

Trigonometri

3. $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \dots$

A. $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$

B. $\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$

C. $\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$

D. $\frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$

E. $\frac{1 + \sin \theta}{\sin \theta}$

Smart

JAWABAN : B

$$\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

Dituker, tanda penyebut berubah...OK ?

Trigonometri

4. Jika $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ dan $\tan x = a$, maka $(\sin x + \cos x)^2$ sama dengan....

A. $\frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 + 1}$

B. $\frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 + 1}$

C. $\frac{a^2 + a + 1}{a^2 + 1}$

D. $\frac{a - 2a + 1}{a^2 - 1}$

E. $\frac{a^2 - 2a - 1}{a^2 - 1}$

Smart

JAWABAN : A

$$\pi \quad \tan x = a = \frac{a}{1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}} \\ \cos x = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x)^2 &= \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \right)^2 \\ &= \frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 + 1} \end{aligned}$$

Trigonometri

5. $(1 - \sin^2 A) \tan^2 A = \dots$
- A. $2 \sin^2 A - 1$
 - B. $\sin^2 A + \cos^2 A$
 - C. $1 - \cos^2 A$
 - D. $1 - \sin^2 A$
 - E. $\cos^2 A + 2$

Smart

Remember

$$\pi \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{array} \right.$$

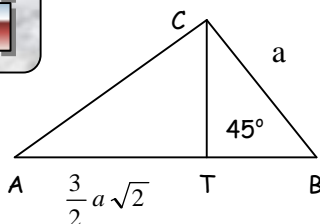
$$\pi \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\begin{aligned} \pi \quad (1 - \sin^2 A) \cdot \tan^2 A &= \cos^2 A \cdot \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \\ &= \sin^2 A = 1 - \cos^2 A \end{aligned}$$

Trigonometri

6. Diketahui segitiga ABC dengan sudut B = 45° dan CT garis tinggi dari titik sudut C. jika BC = a dan AT = $\frac{3}{2}a\sqrt{2}$ maka AC =
- A. $a\oplus 2$
 B. $a\oplus 3$
 C. $a\oplus 5$
 D. $a\oplus 7$
 E. $a\oplus 11$

Solusi



$$\begin{aligned} \pi \quad CT &= a \sin 45^\circ = \frac{1}{2} a\oplus 2 \\ AC^2 &= AT^2 + CT^2 = \left(\frac{3}{2} a\oplus 2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} a\oplus 2\right)^2 \\ &= \frac{9}{2} a^2 + \frac{1}{2} a^2 = 5a^2 \end{aligned}$$

Jadi : AC = $a\oplus 5$

Trigonometri

7. Diberikan segitiga ABC siku-siku di C.
Jika $\cos(A - C) = k$, maka $\sin A + \cos B = \dots$
- A. $-\frac{1}{2}k$
 - B. $-k$
 - C. $-2k$
 - D. $\frac{1}{2}k$
 - E. $2k$

Solusi

JAWABAN : C

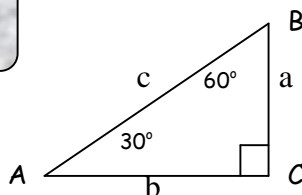
$$\begin{aligned}\pi \quad \cos(A + C) = k &\rightarrow \cos(A + 90^\circ) = k \\ &- \sin A = k \rightarrow \sin A = -k \\ \pi \quad 90^\circ - B = A &\rightarrow \sin(90^\circ - B) = \sin A \\ \cos B = \sin A &= -k \\ \text{Jadi : } \sin A + \cos B &= -k - k = -2k\end{aligned}$$

Trigonometri

8. Dari segitiga ABC diketahui $\angle A = 30^\circ$ dan $\angle B = 60^\circ$, jika $a + c = 6$, maka panjang sisi b adalah....

- A. 2
- B. 3
- C. 2√2
- D. 2√3
- E. 3√2

Solusi



$$\pi \quad a + c = 6 \rightarrow c = 6 - a$$

$$\sin 30^\circ = \frac{a}{c} = \frac{a}{6 - a}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{a}{6 - a} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = 6 - 2 = 4 \end{cases}$$

$$\pi \quad b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Trigonometri

9. Jika $0^\circ < x < 90^\circ$ diketahui $\tan x \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0,6$.
Maka $\tan x = \dots$
- A. 2,25
 - B. 1,8
 - C. 1,25
 - D. 0,8
 - E. 0,75

Solusi

Remember

Jika $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ maka :

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\tan x \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0,6$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos x = 0,6 = \frac{3}{5}$$

$$\sin x = \frac{3}{5} \rightarrow \tan x = \frac{3}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{3}{4}$$

Trigonometri

10. Jika $\frac{\tan^2 x}{1 + \sec x} = 1$, $0^\circ < x < 90^\circ$ maka sudut x adalah....

- A. 0°
- B. 30°
- C. 45°
- D. 60°
- E. 75°

Solusi

Remember

$$\begin{aligned} \pi \quad \tan^2 x &= \sec^2 x - 1 \\ \pi \quad x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi \quad \frac{\tan^2 x}{1 + \sec x} &= 1 \\ \frac{\sec^2 x - 1}{1 + \sec x} &= 1 \rightarrow \frac{(\sec x + 1)(\sec x - 1)}{1 + \sec x} = 1 \\ \sec x - 1 &= 1 \rightarrow \sec x = 2 \\ & \quad \quad \quad x = 60^\circ \end{aligned}$$

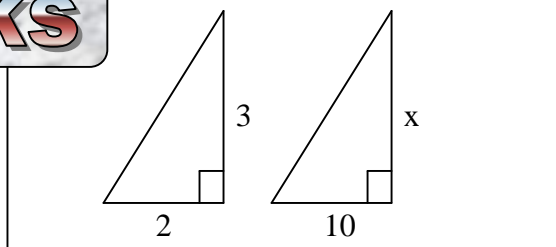
Trigonometri

11. Sebuah tiang bendera tingginya 3 m mempunyai bayangan ditengah sepanjang 2 m. Pada saat yang sama pohon cemara mempunyai bayangan di tanah sepanjang 10 m. Maka tinggi pohon cemara tersebut adalah....

- A. 15 m
- B. 16 m
- C. 20 m
- D. 25 m
- E. 30 m



Triks

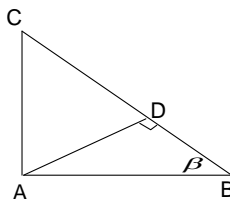


$$\pi \quad \frac{x}{3} = \frac{10}{2} \rightarrow x = 15$$

Trigonometri

12. Dalam segitiga siku-siku ABC, diketahui panjang Sisi $BC = a$ dan $\angle ABC = \beta$. Panjang garis tinggi $AD = \dots$
- A. $a \sin^2 \beta \cos \beta$
 - B. $a \sin \beta \cos \beta$
 - C. $a \sin^2 \beta$
 - D. $a \sin \beta \cos^2 \beta$
 - E. $\sin \beta$

Triks



$$\begin{aligned} \pi \quad AD &= BC \sin C \cos C \\ &= BC \sin B \cos B \\ &= a \sin \beta \cos \beta \end{aligned}$$

Trigonometri

13. Pada segitiga ABC diketahui $a + b = 10$, sudut $A = 30^\circ$ dan sudut $B = 45^\circ$, maka panjang sisi $b =$
- A. $5(\sqrt{2} - 1)$
 B. $5(2 - \sqrt{2})$
 C. $10(2 - \sqrt{2})$
 D. $10(\sqrt{2} + 2)$
 E. $10(\sqrt{2} + 1)$

Triks

Remember

$$\pi \quad \text{Aturan Sinus : } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\pi \quad a + b = 10 \rightarrow a = 10 - b$$

$$\pi \quad \frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{10 - b}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} \rightarrow 10\sqrt{2} - \sqrt{2}b = b$$

$$b + \sqrt{2}b = 10\sqrt{2} \rightarrow (1 + \sqrt{2})b = 10\sqrt{2}$$

$$b = \frac{10\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = 10(2 - \sqrt{2})$$

Trigonometri

14. Jika $p + \operatorname{tg}^2 x = 1$, maka $\sec x$ sama dengan....

- A. $\sqrt{1-p}$
- B. $\sqrt{p-1}$
- C. $\sqrt{2-p}$
- D. $\sqrt{p-2}$
- E. $\sqrt{3-p}$

Triks

Remember

$$\tan x = \frac{a}{b} \begin{cases} \cos x = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sec x = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b} \end{cases}$$

○ $p + \tan^2 x = 1 \rightarrow \tan^2 x = 1 - p$

$$\tan x = \frac{\sqrt{1-p}}{1} = \sqrt{1-p}$$

○ $\sec x = \frac{\sqrt{1-p+1}}{1} = \sqrt{2-p}$

Trigonometri

15. Nilai maksimum dan minimum dari :

$f(x) = 4 - 3\cos x$ adalah a dan b , maka nilai dari $a^2 + b^2$
=

- A. 40
- B. 42
- C. 44
- D. 45
- E. 50

Triks

Remember

$$f(x) = -A\cos x + k \begin{cases} f_{\max} = A + k \\ f_{\min} = -A + k \end{cases}$$

$$\pi \quad f(x) = 4 - 3 \cos x = -3 \cos x + 4$$

$$a = 3 + 4 = 7$$

$$b = -3 + 4 = 1 \rightarrow a^2 + b^2 = 49 + 1 = 50$$

Trigonometri

16. Nilai dari $8 \sin 18^\circ \sin 54^\circ = \dots$

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C. 2
- D. 4
- E. 8

Triks

Remember

$$\nabla 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$\nabla \cos x = \sin(90 - x)$$

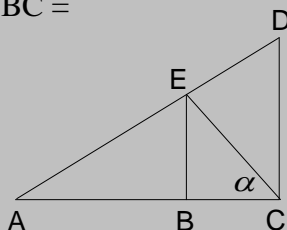
$$\begin{aligned} \nabla 8 \sin 18 \sin 54 &= 8 \sin 18 \cos 36 \\ &= \frac{4(2 \sin 18 \cos 18) \cos 36}{\cos 18} \\ &= \frac{4 \sin 36 \cos 36}{\cos 18} \\ &= \frac{2 \sin 72}{\sin 72} = 2 \end{aligned}$$

Trigonometri

17. Perhatikan gambar di bawah ini :

Jika $DC = 2p$, maka $BC =$

- A. $p \sin^2 \alpha$
- B. $p \cos^2 \alpha$
- C. $2p \sin \alpha$
- D. $2p \cos \alpha$
- E. $p \sin 2\alpha$



Triks

Remember

$$\sin \alpha = \frac{\text{sisi depan sudut}}{\text{sisi miring}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{sisi apit sudut}}{\text{sisi miring}}$$

$$\pi \quad \angle BCE = \alpha \quad \rightarrow \quad \angle CDE = \alpha \quad (\text{kesetaraan})$$

$$\pi \quad \sin \alpha = \frac{BC}{CE} \quad \rightarrow \quad CE = 2p \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{BC}{CE} \quad \rightarrow \quad BC = 2p \sin \alpha \cos \alpha$$

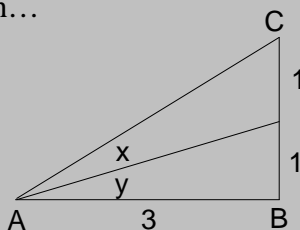
$$= p \sin 2\alpha$$

Trigonometri

18. Perhatikan gambar di bawah ini

Nilai dari $\tan x$ adalah...

- A. $1/8$
- B. $3/11$
- C. $5/8$
- D. $7/8$
- E. 1



Solusi

Remember

$$\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\text{Tg } y = 1/3$$

$$\tan(x + y) = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{maka:} \quad \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = \frac{2}{3}$$

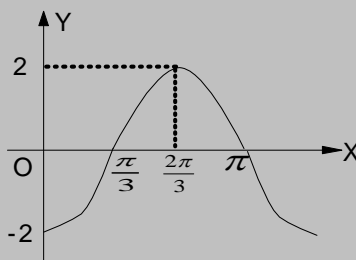
$$3 \tan x + 1 = 2 - 2/3 \tan x$$

$$11/3 \tan x = 1 \rightarrow \tan x = 3/11$$

Trigonometri

19. Persamaan grafik ini adalah....

- A. $y = 2 \sin \frac{3}{2} x$
- B. $y = -2 \sin \frac{3}{2} x$
- C. $y = -2 \cos \frac{2}{3} x$
- D. $y = 2 \cos \frac{3}{2} x$
- E. $y = -2 \cos \frac{3}{2} x$



Triks

Remember

- π Grafik tersebut adalah cosinus terbalik.
(amplitude negative)
- π Umum : $y = A \cos nx$

π $A = -2$

$$n = \frac{2\pi}{4\pi/3} = \frac{3}{2}$$

$$y = -2 \cos \frac{3}{2}x$$

Trigonometri

20. Nilai dari $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} = \dots$

- A. $\frac{1}{2} \oplus 3$
- B. $\frac{1}{3} \oplus 3$
- C. $\frac{1}{4} \oplus 3$
- D. $\frac{3}{4}$
- E. $\frac{1}{2}$

Triks

Remember

$$\begin{aligned} \pi \quad \pi = 180^\circ &\rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ \\ &\rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi \quad \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} &= \sin 60^\circ \cos 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \oplus 3. \frac{1}{2} \oplus 3 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Trigonometri

21. Jika $\frac{\tan^2 x}{1 + \sec x} = 1$, $0^\circ < x < 90^\circ$, maka $\sec x$ adalah...

- A. -1
- B. 0
- C. $1/3$
- D. $1/2$
- E. 1

Solusi

Remember

$$\pi \quad \tan^2 x = \sec^2 x - 1 \rightarrow \text{Rumus Identitas}$$

$$\pi \quad \frac{\tan^2 x}{1 + \sec x} = 1 \rightarrow \tan^2 x = 1 + \sec x$$

$$\sec^2 x - 1 = 1 + \sec x$$

$$\sec^2 x - \sec x - 2 = 0$$

$$(\sec x - 2)(\sec x + 1) = 0$$

$$\sec x = 2 \text{ atau } \sec x = -1$$

Trigonometri

22. Dari segitiga ABC diketahui bahwa $\alpha = 30^\circ$ dan $\beta = 60^\circ$. Jika $a + c = 6$, maka panjang sisi b adalah...

- A. 2
- B. 3
- C. $2\sqrt{2}$
- D. $2\sqrt{3}$
- E. $3\sqrt{2}$

Triks

Remember

Aturan sinus \rightarrow jika diketahui 1 sisi
2 sudut

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

π $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ berarti $\gamma = 90^\circ$

$$\frac{\sin 30^\circ}{a} = \frac{\sin 90^\circ}{c} \rightarrow a = \frac{1}{2}c$$

π Padahal : $a + c = 6$

$$\frac{1}{2}c + c = 6 \rightarrow c = 4, a = 2$$

$$\pi \frac{\sin 60^\circ}{b} = \frac{\sin 90^\circ}{4} \rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

Trigonometri

23. Jika $0 < x < 90^\circ$ diketahui $\tan x \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0,6$ maka $\tan x = \dots$
- A. 2,25
 - B. 1,8
 - C. 1,25
 - D. 0,8
 - E. 0,75

Solusi

Remember

$$\pi \quad \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad (\text{identitas trigonometri})$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\pi \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\pi \quad \sin x = \frac{a}{b} \rightarrow \tan x = \frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}}$$

$$\pi \quad \tan x \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0,6$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos x = \frac{3}{5} \rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

$$\tan x = \frac{3}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

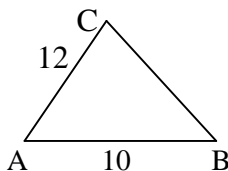
Trigonometri

24. Pada segitiga ABC diketahui panjang sisi AB = 10 cm, sisi AC = 12 cm dan $\sin B = \frac{1}{4}$, nilai $\cos C$ adalah....

- A. $\frac{1}{3}\sqrt{5}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$
- D. $\frac{9}{10}$
- E. $\frac{\sqrt{39}}{8}$

Solusi

Remember



$$\pi \quad \frac{\sin B}{12} = \frac{\sin C}{10} \rightarrow \frac{\frac{1}{4}}{12} = \frac{\sin C}{10}$$

$$\sin C = \frac{5}{8} \rightarrow \cos C = \frac{\sqrt{8^2 - 5^2}}{8} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

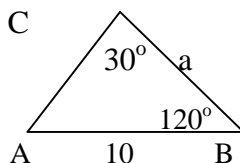
Trigonometri

25. Diketahui segitiga ABC dengan $AC = 8\sqrt{3}$ cm, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Luas segitiga ABC adalah...

- A. $8\sqrt{3}$ cm²
- B. $16\sqrt{2}$ cm²
- C. $16\sqrt{3}$ cm²
- D. 32 cm²
- E. 48 cm²

Solusi

Remember



$$\pi \quad \frac{\sin 30^\circ}{a} = \frac{\sin 120^\circ}{8\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{a} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{8\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2}a = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \rightarrow a = 8$$

$$\begin{aligned} \pi \quad L &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin C \quad (\text{Rumus standart}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{3} \cdot 8 \sin 30^\circ \\ &= 32\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

Trigonometri

26. Diketahui $\cos(A - B) = \frac{8}{9}$ dan $\cos A \cos B = \frac{2}{3}$, nilai

$\tan A \cdot \tan B = \dots$

- A. -3
- B. -1/3
- C. 1/4
- D. 1/3
- E. 3

Solusi

Remember

$$\pi \quad \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\pi \quad \tan A \cdot \tan B = \frac{\sin A \cdot \sin B}{\cos A \cdot \cos B}$$

$$\pi \quad \cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$\frac{8}{9} = \frac{2}{3} + \sin A \sin B$$

$$\sin A \sin B = \frac{8}{9} - \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\tan A \cdot \tan B = \frac{\sin A \cdot \sin B}{\cos A \cdot \cos B} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$$

Trigonometri

27. Diketahui $\cos^2 A = \frac{8}{10}$ untuk $0 \leq 2A \leq \frac{1}{2}\pi$.

Nilai $\tan 2A = \dots$

- A. $\frac{4}{3}$
- B. $\frac{8}{10}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{6}{10}$
- E. $\frac{5}{10}$

Solusi

Remember

π

π Diketahui $\cos^2 A = \frac{8}{10}$

$\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$ (sudut rangkap)

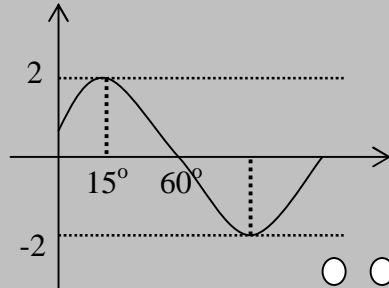
$$= 2 \cdot \frac{8}{10} - 1 = \frac{3}{5}$$

π $\tan 2A = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{3} = \frac{4}{3}$

Trigonometri

28. Persamaan grafik fungsi trigonometri pada gambar adalah....

- A. $y = -2 \sin(2x - 30)^\circ$
- B. $y = 2 \cos(2x - 30)^\circ$
- C. $y = -2 \cos(2x - 30)^\circ$
- D. $y = 2 \cos(2x - 60)^\circ$
- E. $y = 2 \sin(2x - 30)^\circ$



Trial and Error

Remember

π

- π Susupkan saja $x = 15^\circ$ ke pilihan jawaban, mana yang menghasilkan $y = 2$
- π Pilihan B : $2 \cos(2 \cdot 15^\circ - 30^\circ) = 2 \cdot \cos 0^\circ = 2$
Sesuai dengan nilai y

Eksponensial

1. UMPTN 1995

$$3^{x-2y} = \frac{1}{81} \text{ dan } 2^{x-y} - 16 = 0, \text{ maka nilai } x + y = \dots$$

- A. 21
- B. 20
- C. 18
- D. 16
- E. 14

Solusi

Remember

📁 $a^{f(x)} = a^p$ maka $f(x) = p$

📁 $3^{x-2y} = \frac{1}{81} = 3^{-4} \rightarrow x - 2y = -4$

$2^{x-y} = 16 = 2^4 \rightarrow x - y = 4$

$-y = -8 \rightarrow y = 8$

$x - 8 = 4 \rightarrow x = 12$

Jadi : $x + y = 12 + 8 = 20$

Eksponensial

2. UMPTN 1995

Diketahui $2 \cdot 4^x + 2^{3-2x} = 17$. Nilai dari $2^{2x} = \dots$

- A. $\frac{1}{2}$ atau 8
- B. $\frac{1}{2}$ atau 4
- C. 1 atau 4
- D. $\frac{1}{2}$ atau -4
- E. $\frac{1}{2}$ atau -8

Solusi

Remember

📁 $2 \cdot 4^x + 2^{3-2x} = 17$, misal : $2^{2x} = a$

$$2 \cdot 2^{2x} + \frac{8}{2^{2x}} = 17 \rightarrow 2a + \frac{8}{a} = 17$$

$$2a^2 - 17a + 8 = 0$$

$$(2a - 1)(a - 8) = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ atau } a = 8$$

Eksponensial

3. UMPTN 1995

Penyelesaian persamaan :

$$2(25)^{x+1} + 5^{x+2} - 3 = 0 \text{ adalah } x = \dots$$

- A. $1 - {}^2\log 5$
- B. $-1 - {}^5\log 3$
- C. $-1 + {}^5\log 3$
- D. $-1 - {}^5\log 3$
- E. $1 + {}^5\log 3$

Solusi

Remember

$\square a^{f(x)} = p \text{ maka}$
 $f(x) = {}^a \log p$

$\square 2(25)^{x+1} + 5^{x+2} - 3 = 0 \rightarrow 5^x = a$

$$50 \cdot 5^{2x} + 25 \cdot 5^x - 3 = 0$$

$$50a^2 + 25a - 3 = 0$$

$$(10a - 1)(5a + 3) = 0 \rightarrow a = 1/10$$

$$x = {}^5 \log \frac{1}{10} = {}^5 \log 10^{-1}$$

$\square 5^x = \frac{1}{10} \rightarrow -{}^5 \log 10 = -({}^5 \log 5 + {}^5 \log 2)$

$$= -1 - {}^5 \log 2$$

Eksponensial

4. UMPTN 1996

Untuk x dan y yang memenuhi sistem persamaan

$$5^{x-2y+1} = 25^{x-2y} \quad \text{dan} \quad 4^{x-y+2} = 32^{x-2y+1}, \quad \text{maka nilai } x \cdot y = \dots$$

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 15
- E. 20

Solusi

Remember

$$\text{📁 } a^{f(x)} = a^p \quad \text{maka } f(x) = p$$

$$\text{📁 } 5^{x-2y+1} = 25^{x-2y}$$

$$5^{x-2y+1} = 5^{2x-4y} \quad \rightarrow x - 2y = 1$$

$$\text{📁 } 4^{x-y+2} = 32^{x-2y+1}$$

$$3x - 6y = 3$$

$$2^{2x-2y+4} = 2^{5x-10y+5} \quad \rightarrow \underline{3x - 8y = -1} \cdot$$

$$2y = 4$$

$$y = 2 \quad \text{dan} \quad x - 4 = 1 \quad \rightarrow x = 5$$

$$\text{Jadi : } x \cdot y = 5 \cdot 2 = 10$$

Eksponensial

5. UMPTN 1996

Bentuk $\frac{3x^{-1} - y^{-2}}{x^{-2} + 2y^{-1}}$ dapat ditulis tanpa eksponen negatif menjadi....

- A. $\frac{x(3y-x)}{y(y+2x^2)}$
- B. $\frac{x(3y^2-x)}{y(x+2x^2)}$
- C. $\frac{x(3y^2-x)}{y(y-2x^2)}$
- D. $\frac{x(3y^2-x)}{y(y+2x^2)}$
- E. $\frac{x(3y^2-x)}{y(x-2x^2)}$

Solusi

Remember

$$\frac{3x^{-1} - y^{-2}}{x^{-2} + 2y^{-1}} = \frac{\frac{x}{3} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{y}} = \frac{3xy^2 - x^2}{y^2 + 2yx^2} = \frac{x(3y^2 - x)}{y(y + 2x^2)}$$

↗ Dikalikan dgn : $x^2 \cdot y^2$

Eksponensial

6. UMPTN 1998

Bentuk $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{4}{3}}}{y^{\frac{2}{3}} \cdot x^2} \right)^{-\frac{3}{4}}$ dapat disederhanakan menjadi....

- A. $\sqrt{x \cdot y^2}$
- B. $x \oplus y$
- C. $\sqrt{x^2 \cdot y}$
- D. $x \cdot y \oplus y$
- E. $y \cdot x \oplus x$



Solusi

Remember

$$\left(\frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{4}{3}}}{y^{\frac{2}{3}} \cdot x^2} \right)^{-\frac{3}{4}} = \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot y}{y^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = x \cdot y^{\frac{3}{2}} = xy\sqrt{y}$$

Eksponensial

7. UMPTN 1999

$$(a-b)^{-3} \left(\frac{a+b}{b-a} \right)^{-2} \frac{1}{(a+b)^{-3}} = \dots$$

A. $a^2 - b^2$

B. $a^2 + b^2$

C. $\frac{1}{a+b}$

D. $\frac{a+b}{(a-b)^2}$

E. $\frac{a+b}{a-b}$

Solusi

Remember

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a-b)^{-3} \left(\frac{a+b}{b-a} \right)^{-2} \frac{1}{(a+b)^{-3}} \\ = \frac{1}{(a-b)^3} \cdot \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} \cdot (a+b)^3 = \frac{a+b}{a-b} \end{aligned}$$

Eksponensial

8. UMPTN 1999

Nilai x yang memenuhi persamaan :

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 49 \\ x - y = 6 \end{cases} \text{ adalah.....}$$

- A. $3 + \frac{1}{2} {}^5\log 7$
- B. $\frac{1}{2} (3 + {}^5\log 7)$
- C. $6 {}^5\log 49$
- D. $49 + {}^5\log 6$
- E. $3 + {}^5\log 7$

Solusi

Remember

📁 $a^{f(x)} = p$ maka
 $f(x) = {}^a\log p$

📁 $5^{x+y} = 49$

$$x + y = {}^5\log 49 = 2 {}^5\log 7$$

📁 $x - y = 6$

$$2x = 2 {}^5\log 7 + 6 \rightarrow x = {}^5\log 7 + 3$$

Eksponensial

9. EBTANAS 1996

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan :

$$2 \cdot 9^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} + 18 = 0, \text{ maka } x_1 + x_2 = \dots$$

- A. 0
- B. 2
- C. ${}^3\log 2$
- D. $2 - {}^3\log 2$
- E. $2 + {}^3\log 2$

Solusi

Remember

☞ $a \cdot p^{2x} + b \cdot p^x + c = 0$, maka

$$p^{x_1+x_2} = \frac{c}{a}$$

☞ $2 \cdot 9^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} + 18 = 0 \rightarrow$ basis 9^x

$$2 \cdot 9^{2x} \cdot 9^{-1} - 5 \cdot 9^x + 18 = 0 \times 9$$

$$2 \cdot 9^{2x} - 45 \cdot 9^x + 18 \cdot 9 = 0$$

$$9^{x_1+x_2} = \frac{18 \cdot 9}{2} = 9^2$$

Berarti : $x_1 + x_2 = 2$

Eksponensial

10. SPMB 2002/No.20

Akar dari persamaan $3^{5x-1} = 27^{x+3}$ adalah....

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Solusi

Remember

$$\begin{aligned} \text{📁 } 3^{5x-1} &= 27^{x+3} \rightarrow 3^{5x-1} = 3^{3x+9} \\ 5x - 1 &= 3x + 9 \rightarrow 2x = 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Eksponensial

11. SPMB 2002/No.16

Jika $x > 0$ dan $x \neq 1$ memenuhi $x^{1/p} \cdot x^{1/q} = x^{1/pq}$, p dan q bilangan rasional, maka hubungan antara p dan q adalah....

- A. $p + q = -1$
- B. $p + q = 1$
- C. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$
- D. $p \cdot q = 1$
- E. $p \cdot q = -1$



Solusi

Remember

$$\text{Dik. } x^{1/p} \cdot x^{1/q} = x^{1/pq} \rightarrow x^{\frac{1}{p} + \frac{1}{q}} = x^{\frac{1}{pq}}$$

$$\frac{p+q}{pq} = \frac{1}{pq} \rightarrow p+q=1$$

Eksponensial

12. EBTANAS 2002/No.21

Jika $6^{x-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$, maka $x = \dots$

- A. ${}^2\log 3$
- B. ${}^3\log 2$
- C. ${}^{1/2}\log 3$
- D. ${}^3\log 6$
- E. ${}^{1/3}\log 2$

Triks

$$\text{📁 } 6^{x-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \rightarrow (3 \cdot 2)^{x-1} = \left(\frac{2}{\cancel{2}}\right)^{x+1}$$

Berarti : $x = {}^3\log 2$

Logaritma

1. UMPTN 1996

Jika ${}^4\log(4^x \cdot 4) = 2 - x$, maka $x = \dots$

- A. -1
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 1
- E. 2

Solusi

Remember

- 📁 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 📁 ${}^a\log u = v \Leftrightarrow u = a^v$

📁 ${}^4\log(4^x \cdot 4) = 2 - x$
 ${}^4\log 4^{x+1} = 2 - x$
 $4^{x+1} = 4^{2-x} \rightarrow x + 1 = 2 - x$
 $x = \frac{1}{2}$

Logaritma

2. UMPTN 1996

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $\log(x^2 + 7x + 20) = 1$, maka $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2$ adalah....

- A. 49
- B. 29
- C. 20
- D. 19
- E. 9

Solusi

Remember

✂ Akar-akar $ax^2 + bx + c = 0$, x_1 dan x_2

Maka :

$$\text{✂ } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{✂ } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{✂ } \log(x^2 + 7x + 20) = 1 &= \log 10 \\ x^2 + 7x + 20 = 10 &\rightarrow x^2 + 7x + 10 = 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 &= (-7)^2 - 4 \cdot 10 = 9 \end{aligned}$$

Logaritma

3. UMPTN 1996

Jika ${}^a\log(1-{}^3\log\frac{1}{27}) = 2$, maka nilai a yang memenuhi adalah....

- A. $\frac{1}{8}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. 2
- D. 3
- E. 4

Solusi

Remember

$$\text{✎ } {}^a\log u = v \Leftrightarrow u = a^v$$

$$\begin{aligned}\text{✎ } {}^a\log(1-{}^3\log\frac{1}{27}) = 2 &\rightarrow 1-{}^3\log\frac{1}{27} = a^2 \\ 1 - {}^3\log 3^{-3} &= a^2 \\ 1 - (-3) &= a^2 \\ a^2 = 4 &\rightarrow a = 2\end{aligned}$$

Logaritma

4. UMPTN 1997

Jika $2 \log x + \log 6x - \log 2x - \log 27 = 0$, maka x sama dengan....

- A. 3
- B. -3
- C. 3 atau -3
- D. 9
- E. 9 atau -9

Solusi

Remember

- 📁 ${}^a \log x + {}^a \log y = {}^a \log x.y$
- 📁 ${}^a \log x - {}^a \log y = {}^a \log \frac{x}{y}$

$$\text{📁 } 2 \log x + \log 6x - \log 2x - \log 27 = 0$$

$$\log \frac{x^2 \cdot 6x}{2x \cdot 27} = \log 1 \rightarrow \frac{x^2}{9} = 1$$

$$x^2 = 9, \text{ berarti } x = 3$$

Logaritma

5. UMPTN 1997

Jika $b = a^4$, a dan b positif, maka ${}^a\log b - {}^b\log a$ adalah....

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. $3\frac{3}{4}$
- E. $4\frac{1}{4}$

Solusi

Remember

📁 Jika $x = y^n$ maka $y = x^{\frac{1}{n}}$

$$\begin{aligned}\text{📁 } {}^a\log b - {}^b\log a &= {}^a\log a^4 - {}^b\log b^{\frac{1}{4}} \\ &= 4 - \frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}\end{aligned}$$

Logaritma

6. UMPTN 1997

Jumlah dari penyelesaian persamaan :

$${}^2\log^2 x + 5^2\log x + 6 = 0 \text{ sama dengan....}$$

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{1}{8}$
- D. $\frac{3}{8}$
- E. $-\frac{5}{8}$

Solusi

Remember

📁 ${}^a\log f(x) = p$ maka :

$$f(x) = a^p$$

$$\begin{aligned} \text{✎ } & {}^2\log^2 x + 5^2\log x + 6 = 0 \\ & ({}^2\log x + 2)({}^2\log x + 3) = 0 \\ & {}^2\log x = -2 \text{ atau } {}^2\log x = -3 \\ & x = 2^{-2} = \frac{1}{4} \text{ atau } x = 2^{-3} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\text{✎ } \text{Maka : } x_1 + x_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Logaritma

7. UMPTN 1997

Jika ${}^9\log 8 = p$, maka ${}^4\log \frac{1}{3}$ sama dengan....

A. $-\frac{3}{2p}$

B. $-\frac{3}{4p}$

C. $-\frac{2}{3p}$

D. $-\frac{4}{3p}$

E. $-\frac{6}{4p}$



Triks

Remember

☞ Posisi basis terbalik :

$${}^9\log 8 = p \Rightarrow {}^4\log \frac{1}{3} = \frac{-1.3}{2.2p} = -\frac{3}{4p}$$

Logaritma

8. UMPTN 1998

Dari sistem persamaan ${}^5\log x + {}^5\log y = 5$ dan ${}^5\log x^3 - {}^5\log y^4 = 1$, nilai $x + y$ adalah....

- A. 50
- B. 75
- C. 100
- D. 150
- E. 200

Solusi

Remember

$$\text{✎ } {}^5\log x + {}^5\log y = 5 \rightarrow 3^5 \log x + 3^5 \log y = 15$$

$${}^5\log x^3 - {}^5\log y^4 = 1 \rightarrow 3^5 \log x - 4^5 \log y = 1$$

$$\text{-----}$$

$$7^5 \log y = 14$$

$${}^5\log y = 2 \rightarrow y = 5^2 = 25$$

$${}^5\log x = 3 \rightarrow x = 5^3 = 125$$

$$\text{Jadi : } x + y = 25 + 125 = 150$$

Logaritma

9. UMPTN 1998

Nilai x yang memenuhi ketaksamaan

$${}^2\log(2x+7) > 2 \text{ adalah.....}$$

A. $x > -\frac{7}{2}$

B. $x > -\frac{3}{2}$

C. $-\frac{7}{2} < x < -\frac{3}{2}$

D. $-\frac{7}{2} < x < 0$

E. $-\frac{3}{2} < x < 0$

Solusi

Remember

📁 Jika ${}^a\log f(x) > p$, maka :

(i) $f(x) > a^p$

(ii) $f(x) > 0$

📁 ${}^2\log(2x+7) > 2 \rightarrow$ (i) $2x+7 > 4$

$$x > -\frac{3}{2}$$

(ii) $2x+7 > 0$

$$x > -\frac{7}{2}$$

Gabungan (i) dan (ii) di dapat : $x > -\frac{3}{2}$

Logaritma

10. UMPTN 1999

Nilai x yang memenuhi persamaan :

$${}^{(3x+5)}\log 27 = {}^3\log 3 \text{ adalah...}$$

- A. 42
- B. 41
- C. 39
- D. $7\frac{2}{3}$
- E. $7\frac{1}{3}$

Solusi

Remember

$$\text{✉ } {}^{3x+5}\log 27 = 1 \rightarrow 27 = 3x + 5$$

$$3x = 22$$

$$x = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$$

Logaritma

11. UMPTN 1999

Diketahui $\log 2 = 0,3010$ dan $\log 3 = 0,4771$ maka

$$\log(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}) = \dots$$

- A. 0,1505
- B. 0,1590
- C. 0,2007
- D. 0,3389
- E. 0,3891

Solusi

Remember

$$\begin{aligned} \log(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}) &= \log 2^{1/3} + \log 3^{1/2} \\ &= 1/3 \log 2 + 1/2 \log 3 \\ &= 1/3(0,3010) + 1/2(0,4771) \\ &= 0,3389 \end{aligned}$$

Logaritma

12. Prediksi SPMB

Jika x_1 dan x_2 memenuhi persamaan :

$$(2\log x - 1) \frac{1}{x \log 10} = \log 10, \text{ maka } x_1 \cdot x_2 = \dots$$

- A. $5 \oplus 10$
- B. $4 \oplus 10$
- C. $3 \oplus 10$
- D. $2 \oplus 10$
- E. $\oplus 10$

Solusi

Remember

$$\text{✉ } (2\log x - 1) \frac{1}{x \log 10} = \log 10$$

$$(2\log x - 1) \log x = 1$$

$$2\log^2 x - \log x - 1 = 0$$

$$\log x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$$

Logaritma

13. Prediksi SPMB

Jumlah dari nilai x yang memenuhi persamaan

$${}^3\log x({}^3\log x + 4) + 3 = 0 \text{ adalah....}$$

- A. $\frac{4}{27}$
- B. $\frac{8}{27}$
- C. $\frac{10}{27}$
- D. $\frac{13}{27}$
- E. $\frac{16}{27}$

Solusi

Remember

$$\begin{aligned} \text{✎ } & {}^3\log x({}^3\log x + 4) + 3 = 0 \\ & {}^3\log^2 x + 4{}^3\log x + 3 = 0 \\ & ({}^3\log x + 1)({}^3\log x + 3) = 0 \\ & {}^3\log x = -1 \quad \text{atau} \quad {}^3\log x = -3 \\ & x = 3^{-1} = \frac{1}{3} \quad \text{atau} \quad x = 3^{-3} = \frac{1}{27} \end{aligned}$$

$$\text{✎ Jadi : } \frac{1}{3} + \frac{1}{27} = \frac{10}{27}$$

Logaritma

14. Prediksi SPMB

Jika ${}^2\log \frac{1}{a} = \frac{3}{2}$ dan ${}^{16}\log b = 5$, maka ${}^a\log \frac{1}{b^3} = ..$

- A. 40
- B. -40
- C. $\frac{40}{3}$
- D. $-\frac{40}{3}$
- E. 20

Solusi

Remember

$$\Rightarrow {}^2\log \frac{1}{a} = \frac{3}{2} \rightarrow a = 2^{-\frac{3}{2}}$$

$${}^{16}\log b = 5 \rightarrow b = 16^5$$

$$\Rightarrow {}^a\log \frac{1}{b^3} = -3^a \log b = -3^{2^{-\frac{3}{2}}} \log 16^5$$

$$= -15^{2^{-\frac{3}{2}}} \log 2^4 = -15 \cdot \frac{4}{-\frac{3}{2}} \log 2$$

$$= -15 \cdot \frac{8}{-3} = 40$$

Logaritma

15. Prediksi SPMB

Nilai x yang memenuhi $({}^b \log x)^2 + 10 < 7 \cdot {}^b \log x$ dengan $b > 1$ adalah....

- A. $2 < x < 5$
- B. $x < 2$ atau $x > 5$
- C. $b^2 < x < b^5$
- D. $x < b^2$ atau $x > b^5$
- E. $2b < x < 5b$

Solusi

Remember

- ✎ $({}^b \log x)^2 + 10 < 7 \cdot {}^b \log x$
 ${}^b \log^2 x - 7 \log x + 10 < 0$
 $({}^b \log x - 2)({}^b \log x - 5) < 0$
Pembuat Nol : $x = b^2$ atau $x = b^5$
Pert. "Kecil" jawaban pasti terpadu
- ✎ Jadi : $b^2 < x < b^5$

Logaritma

16. Jika $\log(y + 7) + 2\log x = 2$, maka

A. $y = \frac{100x^2}{7}$

B. $y = \frac{7}{100} - x^2$

C. $y = \frac{100}{7x^2}$

D. $y = \frac{100}{x^2} - 7$

E. $y = 100 - x^2$

Solusi

Remember

$$\text{Log}(y + 7) + 2\log x = 2$$

$$\text{Log}(y + 7) + \log x^2 = \log 10^2$$

$$x^2(y + 7) = 10^2 \rightarrow y + 7 = \frac{100}{x^2}$$

$$y = \frac{100}{x^2} - 7$$

PELUANG

1. Jika $C_5^{n+2} = 2C_4^{n+1}$ dan $n > 5$, maka $n = \dots$

- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 11
- E. 12

Smart

Remember

📁 Jika $C_n^{n+p} = kC_{n-1}^{n+p-1}$

$$\text{Maka : } \frac{n+p}{n} = k$$

📁 $C_5^{n+2} = 2C_4^{n+1}$

$$\frac{n+2}{5} = 2 \rightarrow n = 8$$

PELUANG

2. UMPTN 1997

Dari angka 3, 5, 6, 7 dan 9 dibuat bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berbeda. Diantara bilangan-bilangan tersebut yang kurang dari 400, banyaknya adalah....

- A. 16
- B. 12
- C. 10
- D. 8
- E. 6

Triks

Remember

Angka-angka : 3, 5, 6, 7 dan 9
Disusun atas 3 angka, nilainya < 400

1	4	3
---	---	---

Kotak I hanya bisa diisi angka 3 (1 cara)

Kotak II dapat diisi 5, 6, 7 atau 9 (4 cara)

Kotak III dapat diisi (4 - 1) cara = 3 cara

Jadi : banyaknya ada : $1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$ cara

PELUANG

3. UMPTN 1998

Seorang murid diminta mengerjakan 5 dari 7 soal ulangan, tapi soal nomor 1 dan 2 harus dikerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat diambil murid tersebut adalah....

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7
- E. 10

Triks

Remember

✉ No. 1 dan 2 harus dikerjakan, maka sisa nomor yang dipilih : 3 , 4 , 5 , 6 , 7

Dipilih 3 soal lagi, maka :

$$\text{Banyaknya ada : } C_3^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

PELUANG

4. UMPTN 1999

Jika C_r^n menyatakan banyaknya kombinasi r elemen dari n elemen, dan $C_3^n = 2n$, maka $C_7^{2n} = ..$

- A. 160
- B. 120
- C. 116
- D. 90
- E. 80



Triks

Remember

$$n = \frac{3+7}{2} = 5$$

$$\text{📁 } C_3^n = 2n \rightarrow C_7^{2n} = C_7^{10} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 120$$



PELUANG

5. Prediksi SPMB

Sebuah kartu diambil secara acak dari satu set lengkap kartu bridge. Peluang bahwa yang terambil adalah kartu merah atau kartu AS adalah....

- A. $\frac{2}{52}$
B. $\frac{26}{52}$
C. $\frac{28}{52}$
D. $\frac{30}{52}$
E. $\frac{32}{52}$

Solusi

Remember

📁 Jumlah kartu : 50

Jumlah kartu merah : 25

Jumlah Kartu AS : 4

📁 $P(M \text{ atau } A) = P(M) + P(A)$

$$= \frac{26}{52} + \frac{4}{52} = \frac{30}{52}$$

PELUANG

6. Prediksi SPMB

Dari sekelompok remaja terdiri atas 10 pria dan 7 wanita, dipilih 2 pria dan 3 wanita, maka banyaknya cara pemilihan adalah....

- A. 1557
- B. 1575
- C. 1595
- D. 5175
- E. 5715

Solusi

Remember

10 Pria, 7 wanita

dipilih 2 pria dan 3 wanita, maka :

$$C_2^{10} \cdot C_3^7 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 45 \cdot 35 = 1575$$

PELUANG

7. Prediksi SPMB

Di suatu perkumpulan akan dipilih perwakilan yang terdiri dari 6 calon. Calon yang tersedia terdiri dari 5 pria dan 4 wanita. Banyaknya susunan perwakilan yang dapat dibentuk jika sekurang-kurangnya terpilih 3 pria adalah...

- A. 84
- B. 82
- C. 76
- D. 74
- E. 66

Solusi

Remember

- 📁 Dipilih 6 calon, dari 5 pria dan 4 wanita.(sekurang-kurangnya 3 pria)
- 📁 $C_3^5 \cdot C_3^4 + C_4^5 \cdot C_2^4 + C_5^5 \cdot C_1^4$
 $= 10 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 4 = 74$

PELUANG

8. Prediksi SPMB

Dari 9 orang siswa terdiri dari 6 orang putra dan 3 orang putri akan dibentuk tim yang beranggotakan 6 orang. Jika disyaratkan anggota tim tersebut paling banyak 2 orang putri, maka banyaknya tim yang dapat dibentuk adalah....

- A. 48
- B. 52
- C. 54
- D. 58
- E. 64

Solusi

Remember

📁 Dari 9 siswa dipilih 6 orang paling banyak 2 orang putri :

📁 6 putra 0 putri $\rightarrow C_6^6 \cdot C_0^3 = 1 \cdot 1 = 1$

5 putra 1 putri $\rightarrow C_5^6 \cdot C_1^3 = 6 \cdot 3 = 18$

4 putra 2 putri $\rightarrow C_4^6 \cdot C_2^3 = 15 \cdot 3 = 45$

Jadi banyaknya : $1 + 18 + 45 = 64$

MATRIKS

1. UMPTN 1997

Jika x dan y memenuhi hubungan :

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}, \text{ maka nilai } x + y = \dots$$

- A. -3
- B. -2
- C. -1
- D. 1
- E. 2



Triks

Remember

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$x + y = \frac{(a-b)q - (c-d)p}{ad - bc}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix} \\ x + y &= \frac{(2+3)(-5) - (-1-2) \cdot 8}{2 \cdot 2 - (-1)(-3)} \\ &= \frac{-25 + 24}{4 - 3} = -1 \end{aligned}$$

MATRIKS

2. UMPTN 1997

Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ dan A^t adalah transpos dari

matriks A, maka baris pertama dari $A^t \cdot A$ adalah....

- A. (10 1 12)
- B. (10 1 -12)
- C. (10 -1 14)
- D. (10 -1 12)
- E. (10 -1 -12)



Triks

Remember

📁 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ trasposenya

$$A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

📁 Baris jadikan kolom, kolom jadikan baris

Jawab : D

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) & 1 \cdot 0 + 3 \cdot 4 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 2 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) & 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 4 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 & 0 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) & 0 \cdot 0 + 4 \cdot 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \\ A^T & \cdot & A = \end{matrix} \begin{pmatrix} 10 & -1 & 12 \\ 1 & 3 & -2 \\ 12 & -4 & 16 \end{pmatrix}$$

MATRIKS

3. UMPTN 1996

Diketahui :

$$B = \begin{pmatrix} x+y & x \\ -1 & x-y \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{2} \\ -2y & 3 \end{pmatrix} \text{ dan matriks A}$$

merupakan transpos matriks B. Jika $A = C$, maka $x - 2xy + y$ sama dengan....

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6



Triks

Remember

$$\text{✉ } A = C \rightarrow \begin{pmatrix} x+y & -1 \\ -2y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{x}{2} \\ -2y & 3 \end{pmatrix}$$

✉ Pilih elemen seletak :

$$-1 = -\frac{x}{2} \rightarrow x = 2$$

$$x + y = 1 \rightarrow y = -1$$

$$\text{✉ Jadi : } x - 2xy + y = 2 - 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 1 = 5$$

MATRIKS

4. UMPTN 1996

Titik potong dari dua garis yang disajikan sebagai persamaan matriks :

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ adalah...}$$

- A. (1, -2)
- B. (-1, 2)
- C. (-1, -2)
- D. (1, 2)
- E. (2, 1)

Triks

Remember

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-7} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= (1, 2)$$

MATRIKS

5. UMPTN 1996

Nilai a yang memenuhi :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ adalah....}$$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2



Triks

Remember

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$a + 2b = 2 \rightarrow a + 2b = 2$$

$$2a + b = 1 \rightarrow \underline{4a + 2b = 2} -$$

$$-3a = 0, \text{ berarti } a = 0$$

MATRIKS

6. UMPTN 1998

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} u_1 & u_3 \\ u_2 & u_4 \end{pmatrix}$ dan u_n adalah suku

ke- n barisan aritmetik. Jika $u_6 = 18$ dan $u_{10} = 30$, maka determinan matriks A sama dengan...

- A. -30
- B. -18
- C. -12
- D. 12
- E. 18



Triks

Remember

$$\text{✎ } U_6 = 18 \rightarrow a + 5b = 18$$

$$U_{10} = 30 \rightarrow \underline{a + 9b = 30}$$

$$-4b = -12 \rightarrow b = 3$$

$$a + 15 = 18 \rightarrow a = 3$$

$$U_1 = a = 3 \quad U_3 = a + 2b = 9$$

$$U_2 = a + b = 6 \quad U_4 = a + 3b = 12$$

$$\text{✎ } A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \det(A) = 3 \cdot 12 - 6 \cdot 9 = -18$$

MATRIKS

7. UMPTN 19 98

Jika $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & z \\ -13 & -4 \end{pmatrix}$ maka $x + y + z$

adalah....

- A. -3
- B. -2
- C. 2
- D. 3
- E. 4

Triks

Remember

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & z \\ -13 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ x-3y & 2x+5y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & z \\ -13 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x - 3y = -13 \rightarrow 2x - 6y = -26$$

$$2x + 5y = -4 \quad \underline{2x + 5y = -4} -$$

$$-11y = -22 \rightarrow y = 2$$

$$x = -7$$

$$\Rightarrow \text{Jadi : } x + y + z = -7 + 2 + 3 = -2$$

MATRIKS

8. UMPTN 1998

Jika diketahui $\begin{pmatrix} m & n \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 23 \\ 14 & 13 \end{pmatrix}$ maka nilai

m dan n masing-masing adalah....

- A. 4 dan 6
- B. 5 dan 4
- C. 5 dan 3
- D. 4 dan 5
- E. 3 dan 7



Triks

Remember

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} m & n \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 23 \\ 14 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} m+4n & 2m+3n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 23 \end{pmatrix}$$

$$m+4n = 24 \rightarrow 2m+8n = 48$$

$$2m+3n = 23 \rightarrow \underline{2m+3n = 23} -$$

$$5n = 25 \rightarrow n = 5$$

$$2m+3 \cdot 5 = 23 \rightarrow m = 4 \dots(D)$$

MATRIKS

9. UMPTN 1998

Jika diketahui :

$$\begin{pmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{maka}$$

nilai x adalah....

- A. 0
- B. 10
- C. 13
- D. 14
- E. 25

Triks

Remember

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta & x+6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \Delta & 3.3+1.1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} & 10 \end{pmatrix},$$

Perhatikan elemen-elemen seletak.

$$\text{Jadi : } x + 6 = 2.10 = 20 \rightarrow x = 14$$

MATRIKS

10. UMPTN 1999

Diketahui persamaan : $x \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -21 \\ 2z-1 \end{pmatrix}$

maka nilai $x = \dots$

- A. -2
- B. -3
- C. 0
- D. 6
- E. 30



Triks

Remember

$$\Rightarrow x \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -21 \\ 2z-1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 2x - y = -7 \rightarrow 12x - 6y = -42$$

$$5x - 6y = -21 \rightarrow \underline{5x - 6y = -21} -$$

$$7x = -21 \rightarrow x = -3$$

MATRIKS

11. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 5+x & x \\ 5 & 3x \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 9 & -x \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ Jika

determinan A dan determinan B sama, maka harga x yang memenuhi adalah....

- A. 3 atau 4
- B. -3 atau 4
- C. 3 atau -4
- D. -4 atau -5
- E. 3 atau -5

Triks

Remember

$$\text{det}(A) = \text{det}(B)$$

$$3x(5+x) - 5 \cdot x = 36 - 7(-x)$$

$$15x + 3x^2 - 5x = 36 + 7x$$

$$3x^2 + x - 12 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow (x+4)(x-3) = 0$$

$$x = -4 \text{ atau } x = 3$$

MATRIKS

12. UMPTN 1998

Jika $M = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ dan $K.M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, maka

matriks $K = \dots$

A. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Triks

Remember

$$\Rightarrow K.M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow K = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot M^{-1}$$

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-2+3} \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

MATRIKS

13. EBTANAS 1998

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Matriks $(A - kI)$ adalah matriks singular untuk nilai $k = \dots$

- A. -2 atau 5
- B. -5 atau 2
- C. 2 atau 5
- D. 3 atau 4
- E. 1 atau 2

Triks

Remember

$$\Rightarrow A - kI = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{pmatrix}$$

Matriks singular, berarti determinan = 0

$$\det(A - kI) = 0$$

$$(2 - k)(1 - k) - 3 \cdot 4 = 0$$

$$k^2 - 3k - 10 = 0 \rightarrow (k - 5)(k + 2) = 0$$

$$k = 5 \text{ atau } k = -2$$

MATRIKS

14. Prediksi SPMB

Diketahui $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ dan determinan

dari matriks $B.C$ adalah K . Jika garis $2x - y = 5$ dan $x + y = 1$ berpotongan di titik A , maka persamaan garis yang melalui A dan bergradien K adalah....

- A. $x - 12y + 25 = 0$
- B. $y - 12x + 25 = 0$
- C. $x + 12y - 23 = 0$
- D. $y - 12x - 11 = 0$
- E. $y - 12x + 11 = 0$



Triks

Remember

$$\text{BC} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 12 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det(\text{BC}) = -12 - 0 = -12 = K = \text{gradient}$$

$$\text{2x - y = 5}$$

$$\text{x + y = 1 +}$$

$$3x = 6 \rightarrow x = 2 \text{ dan } y = -1$$

$$\text{Pers.Garis : } y - (-1) = -12(x - 2)$$

$$y + 12x - 23 = 0$$

MATRIKS

15. Prediksi SPMB

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ dan matriks

$B = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 2 & x \end{pmatrix}$. Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar

persamaan $\det(A) = \det(B)$, maka $x_1^2 + x_2^2 = \dots$

- A. $1 \frac{1}{4}$
- B. 2
- C. 4
- D. $4 \frac{1}{4}$
- E. 5



Triks

Remember

$$\text{det}(A) = \text{det}(B)$$

$$3x - 4 = 2x^2 - 6 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 x_2$$

$$= \left(-\frac{-3}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-2}{2} = \frac{9}{4} + 2 = 4 \frac{1}{4}$$

MATRIKS

16. Prediksi SPMB

Diketahui matriks-matriks :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad C = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{Jika}$$

determinan dari $2A - B + 3C$ adalah 10, maka nilai a adalah....

- A. -5
- B. -3
- C. -2
- D. 2
- E. 5

Triks

Remember

$$\Rightarrow 2A - B + 3C =$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3a & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+3a & -3 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(2A - B + 3C) = 55 + 33a + 21$$

$$10 = 76 + 33a \rightarrow 33a = -66$$

$$a = -2$$

Limit Fungsi

1. SPMB 2002/Mat.Das/No.12

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 4}{3x^2 - 5} = \dots$$

A. $-\frac{5}{4}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{5}{4}$

E. \sim

Smart

Remember

☞ “ \sim ” ucapkan BE >>SAR
berarti : pilih koefisien
variable pangkat be...sar

☞ Perhatikan Triknya ...

$$\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{2x^2 - x + 4}{3x^2 - 5} = \frac{2}{3}$$

Limit Fungsi

2. SPMB 2002/Mat.IPA/No.5

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x \tan 2x - x^3}{x \tan^2 3x} = \dots$$

A. $\frac{23}{9}$

B. $\frac{19}{9}$

C. $\frac{17}{9}$

D. $\frac{8}{9}$

E. 0

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \equiv^n bx}{p \equiv^n qx} = \frac{a.b^n}{p.q^n}$$

\equiv di isi x, tg x atau sin x

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x \tan 2x - x^3}{x \tan^2 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x \tan 2x}{x \tan^2 3x} - \frac{x^3}{x \tan^2 3x} = \frac{3^2 \cdot 2}{3^2} - \frac{1}{3^2} = 2 - \frac{1}{9} = \frac{17}{9}$$

Limit Fungsi

3. UMPTN '97

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x^3 + 3x)^3}{(5x^2 - 2x)(3x^2)} = \dots$$

- A. $-1 \frac{1}{2}$
- B. $-2 \frac{1}{2}$
- C. $-3 \frac{1}{2}$
- D. $-4 \frac{1}{2}$
- E. $-5 \frac{1}{2}$

Smart

Remember

☞ “ $x \rightarrow 0$ ” ucapkan KE
 <<CIL
 berarti : pilih koefisien
 variable pangkat ke...cil

☞ Perhatikan Triknya :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x^3 + 3x)^3}{(5x^2 - 2x)(3x^2)} = \frac{3^3}{-2 \cdot 3} = \frac{27}{-6} = -4 \frac{1}{2}$$

Limit Fungsi


4. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) = \dots$

- A. $-\frac{3}{4}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $-\frac{1}{4}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{3}{4}$

Smart

Remember

$$\begin{aligned} \frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} &= \frac{2}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x-1} \\ &= \frac{2 - (x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-x+1}{x^2 - 1} \end{aligned}$$

 Bisa Anda Bayangkan
Betapa mudahnya...

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+1}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2 \cdot 1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

turunkan

turunkan (1)

Limit Fungsi

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2 \tan x}{x^3} = \dots$

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

Smart

Remember

$\nabla \quad \text{tg } 2ax - 2\text{tg } ax = 2a^3$

∇ Perhatikan, betapa mudahnya...

$\nabla \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - 2 \tan x}{x^3} = \frac{2 \cdot 1^3}{1} = 2$

Limit Fungsi

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} = \dots$

A. $\frac{1}{6}\sqrt{3}$

B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

C. 1

D. $\oplus 3$

E. 3

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{f(x)} - p}{g(x) - q} = \frac{f'(a)}{g'(a) \cdot 2p}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} = \frac{1}{1 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{1}{6}\sqrt{3}$$

Mudeh...Khan...?

Limit Fungsi

7. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{\sqrt{x}-\sqrt{7}} = \dots$

A. $7 \oplus 7$

B. $3 \oplus 7$

C. $2 \oplus 7$

D. $\frac{1}{2\sqrt{7}}$

E. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-p}{\sqrt{g(x)-q}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{\sqrt{x}-\sqrt{7}} = \frac{1.2\sqrt{7}}{1} = 2\sqrt{7}$$

Mudeh...Khan...?

Limit Fungsi

9. UMPTN 1997

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + x}{\sin x} = \dots$$

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0
- E. -1

Smart

Remember

☞ “ $x \rightarrow 0$ ” ucapkan KE <<CIL
berarti : pilih koefisien
variable pangkat ke...cil

☞ Perhatikan Triknya :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 1 \cdot x}{1 \cdot \sin x} = \frac{1}{1} = 1$$

Limit Fungsi

10. UMPTN 1997

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x^2 + 2x} = \dots$$

- A. 2
- B. 1
- C. 0
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{1}{4}$



Smart

Remember

☞ “ $x \rightarrow 0$ ” ucapkan KE <<CIL
berarti : pilih koefisien
variable pangkat ke...cil

☞ Perhatikan Triknya :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot \tan \quad 1 \cdot x}{x^2 + 2x} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

Limit Fungsi

12. Jika $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x \tan x} = 8$, maka nilai dari $2a + 3 = \dots$

- A. 5
- B. 7
- C. 9
- D. 11
- E. 13

Smart

Remember

✍ Dalam limit :

$$1 - \cos ax = \frac{1}{2}a^2$$

✍ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x \tan x} = 8$

$$\frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{1}{2}a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 16. \text{ Jadi : } a = 4$$

✍ Maka $2a + 3 = 8 + 3 = 11$

Limit Fungsi


11. UMPTN 1998

Nilai $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x}$ adalah...


- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6
- E. ~

Smart

Remember



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \rightarrow$$
 L'Hospital



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 2x} = \frac{3(2)^2}{2(2) - 2} = \frac{12}{2} = 6$$

Mudah.....!?

Limit Fungsi

12. UMPTN 1998

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = \dots$$

- A. $-\frac{1}{4}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{1}{4}$

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \rightarrow$$

L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} = \frac{\cos(2-2)}{2(2)} = \frac{1}{4}$$

Terlalu Mudah.....!?

Limit Fungsi

13. UMPTN 1998

Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x \cdot \tan 3x}{5x^2} \right)$ adalah...

A. 1

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

E. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{6}{5}$

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan a}{b} = \frac{a}{b}$$

≡ di isi "variabel apa saja"

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x \cdot \tan 3x}{5x^2} \right) \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}$$

Mudah Sekali.....

Limit Fungsi

14. UMPTN 1999

$$\lim_{x \rightarrow 27} \frac{x - 27}{\sqrt[3]{x} - 3} = \dots$$

- A. 9
- B. 18
- C. 27
- D. 36
- E. 45

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - p}{\sqrt[3]{g(x) - q}} = \frac{f'(a) \cdot 3q^2}{g'(a)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 27} \frac{x - 27}{\sqrt[3]{x} - 3} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 3^2}{1} = 27$$

Limit Fungsi

15. UMPTN 1999

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{x - k}{\sin(x - k) + 2k - 2x} = \dots$$

- A. -1
- B. 0
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 1



Smart

✎ Turunken atas
-bawah

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow k} \frac{x - k}{\sin(x - k) + 2k - 2x} &= \frac{1}{\cos(x - k) - 2} \\ &= \frac{1}{\cos 0 - 2} \\ &= \frac{1}{1 - 2} = -1 \end{aligned}$$

Remember

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \rightarrow$$

L'Hospital

Limit Fungsi

16. UMPTN 1999

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos^2 6x - 1)}{\sin 3x \cdot \tan^2 2x} = \dots$$

- A. 3
- B. -3
- C. 2
- D. -2
- E. -1



Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^n a}{\tan^n b} = \frac{a^n}{b^n}$$

≡ di isi "variabel apa saja"

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos^2 6x - 1)}{\sin 3x \cdot \tan^2 2x} &= \frac{x(-\sin^2 6x)}{\sin 3x \cdot \tan^2 2x} \\ &= \frac{-1 \cdot (6)^2}{3 \cdot (2)^2} = \frac{-36}{12} = -3 \end{aligned}$$

Limit Fungsi

17. UMPTN 1999

Jika $f(x) = x^2$ maka $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \dots$

- A. ~
- B. 0
- C. 3
- D. 6
- E. 9

Smart

Remember

- ✎ $f(x) = ax + b$, maka :
 $f(p) = ap + b$
- ✎ $f(x) = ax^2 + bx$, maka :
 $f(p) = ap^2 + bp$

✎ Perhatikan Triknya :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} &= \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x + 3)(x - 3)}{x - 3} \\ &= x + 3 \\ &= 3 + 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Limit Fungsi

18. UMPTN 2000

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot x}{\cot 2x} = \dots$$

- A. 0
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2} \oplus 2$
- D. 1
- E. 2



Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot ax}{\cot bx} = \frac{b}{a}$$

📁 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot x}{\cot 2x} = \frac{2}{1} = 2$

📁 Hanya membalik bil.yang menemani x
Sangat Mudah bukan....?

Limit Fungsi

19. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 8x - 3} - \sqrt{4x^2 + 9}}{x - 2} = \dots$

A. $-\frac{4}{5}$

B. 0

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{5}{2}$

E. ~

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}}{h(x) - q} = \frac{f'(a) - g'(a)}{h'(a) \cdot 2\sqrt{g(a)}}$$

☞ Perhatikan Triknya

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 8x - 3} - \sqrt{4x^2 + 9}}{x - 2} &= \frac{(6.2 + 8 - 8.2)}{1.2 \cdot \sqrt{4(2)^2 + 9}} \\ &= \frac{4}{2\sqrt{25}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Limit Fungsi

20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1 - \frac{1}{x}) \cos(1 - \frac{1}{x})}{x - 1} = \dots$

- A. -1
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 1

Smart

Remember

☞ $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$,
 → berarti :
 $\sin A \cos A = \frac{1}{2} \sin 2A$

☞
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1 - \frac{1}{x}) \cos(1 - \frac{1}{x})}{x - 1} = \frac{\sin 2(1 - \frac{1}{x})}{2(x - 1)}$$

$$= \frac{\frac{1}{x} \sin 2(1 - \frac{1}{x})}{\frac{1}{x} \cdot 2(x - 1)} = \frac{\frac{1}{x} \sin 2(1 - \frac{1}{x})}{2(1 - \frac{1}{x})} = \frac{1}{x} \cdot 1 = \frac{1}{1} = 1$$

Limit Fungsi

21. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(4x+5)} - \sqrt{4x^2-3}) = \dots$

- A. \sim
- B. 8
- C. $\frac{5}{4}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 0

Smart

Remember

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q}) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(4x+5)} - \sqrt{4x^2-3})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 5x} - \sqrt{4x^2 - 3}) = \frac{5-0}{2\sqrt{4}} = \frac{5}{4}$$

Limit Fungsi

22. EBTANAS 2002/No.17

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3x \sin \frac{1}{x} = \dots$$

- A. \sim
- B. 0
- C. 1
- D. 2
- E. 3

Smart

Remember

✎ Missal : $y = \frac{1}{x}$
 $x \rightarrow \sim \approx y \rightarrow 0$

✎ $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x \sin \frac{1}{x} \rightarrow \lim_{y \rightarrow 0} \frac{3}{y} \sin y = 3$

Limit Fungsi

23. EBTANAS 2003/P-1/No.18

Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} = \dots$

- A. 6
- B. 4
- C. 3
- D. 1
- E. 0

Smart

Remember

- ✎ Akar di atas, tulis di "bawah"
- Akar di bawah, tulis di atas

Diagram illustrating the rationalization process for the limit:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{1 \cdot x - 9}{\sqrt{1 \cdot x} - 3} = \frac{1}{1} \left| \frac{2 \cdot 3}{1} \right. = 6$$

Labels in the diagram:

- pangkat akar**: points to the '2' in the denominator's root index.
- koefisien variabel**: points to the '1' in the numerator's coefficient.
- pendamping akar**: points to the '1' in the denominator's constant term.

Limit Fungsi

23. EBTANAS 2003/P-2/No.18

Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} ((2x+1) - \sqrt{4x^2 - 3x + 6}) = \dots$

- B. $\frac{4}{3}$
 B. 1
 C. $\frac{7}{4}$
 D. 2
 E. $\frac{5}{2}$

Remember

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} ((2x+1) - \sqrt{4x^2 - 3x + 6})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(2x+1)^2} - \sqrt{4x^2 - 3x + 6})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + 4x + 1} - \sqrt{4x^2 - 3x + 6} = \frac{4 - (-3)}{2\sqrt{4}} = \frac{7}{4}$$

Soal**Turunan**

1. UAN 2003/P-1/No.21

Grafik fungsi $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ hanya turun pada interval $-1 < x < 5$. Nilai $a + b = \dots$

- A. -21
 B. -9
 C. 9
 D. 21
 E. 24

Solusi

Gabungkan dengan info smart :

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$
 $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$,
TURUNAN :
 $f'(x) < 0$ (syarat **turun**)
 $3x^2 + 2ax + b < 0 \dots (ii)$

\Rightarrow Bandingkan (i) dan (ii) :
 $2a = -12$, berarti $a = -6$
 $b = -15$

\Rightarrow Jadi $a + b = -6 - 15 = -21$

Info Smart

\Rightarrow Interval : $-1 < x < 5$
 artinya : $(x+1)(x-5) < 0$
 $x^2 - 4x - 5 < 0 \dots$ kali 3
 $3x^2 - 12x - 15 < 0 \dots (i)$



Jawaban : A

Soal

Turunan

2. SPMB 2002/No.8

Fungsi $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ naik untuk nilai x yang memenuhi....

- A. $1 < x < 2$
- B. $-2 < x < -1$
- C. $-1 < x < 2$
- D. $x < -2$ atau $x > -1$
- E. $x < 1$ atau $x > 2$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{f) } f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

$$6x^2 - 18x + 12 > 0$$

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$(x - 1)(x - 2) > 0$$

$$\text{Jadi : } x < 1 \text{ atau } x > 2$$

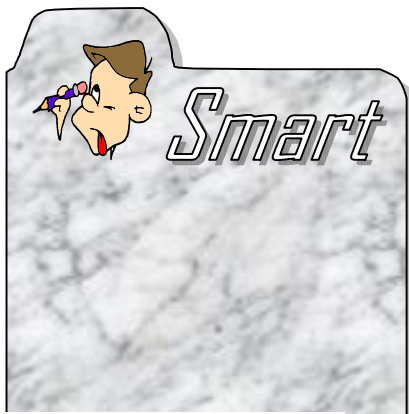
↑
Kecil

↑
Besar

Info Smart

f) Jika $y = f(x)$ **Naik**,
maka $f'(x) > 0$

f) > 0 , artinya "kecil
atau besar"



Soal

Turunan

3. UAN 2003/P-2/No.22

Koordinat titik maksimum grafik fungsi

$$y = x^3 - 3x + 4 \text{ adalah...}$$

- A. (-1 ,6)
- B. (1 ,2)
- C. (1 ,0)
- D. (-1 ,0)
- E. (2 ,6)

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{✎ } y = x^3 - 3x + 4$$

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$0 = 3x^2 - 3, \text{ berarti } x = \pm 1$$

✎ untuk $x = -1$ maka :

$$y = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$$

Jadi titik balik maksimumnya :

$(-1, 6)$

Jawaban : A

Info Smart

✎ Jika $y = f(x)$
maksimum atau
minimum, maka

$$\text{✎ } f'(x) = y' = 0$$



Soal**Turunan**

4. Ebtanas 2002/No.18

Jika $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 1}$ maka $f'(2) = \dots$

A. $-\frac{2}{9}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{7}{27}$

E. $\frac{7}{4}$

Info Smart

📁 Jika $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{px^2 + qx + r}$,

Maka :

$$f'(x) = \frac{(aq-bp)x^2 + 2(ar-cp)x + (br-cq)}{(px^2 + qx + r)^2}$$

**Smart**

Gunakan info smart :

📁 $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 0}{x^2 + 2x + 1}$,

$$f'(x) = \frac{(2+3)x^2 + 2(1-0)x + (-3-0)}{(x^2 + 2x + 1)^2}$$

$$f'(2) = \frac{5 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 3}{(2^2 + 2 \cdot 2 + 1)^2}$$

$$= \frac{21}{81} = \frac{7}{27}$$

Jawaban : D

Soal

Turunan

5. Ebtanas 2002/No.19

Ditentukan $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$. Fungsi f naik dalam interval....

- A. $-1 < x < 2$
- B. $1 < x < 2$
- C. $-2 < x < -1$
- D. $x < -2$ atau $x > -1$
- E. $x < 1$ atau $x > 2$

Solusi

Gunakan info smart :

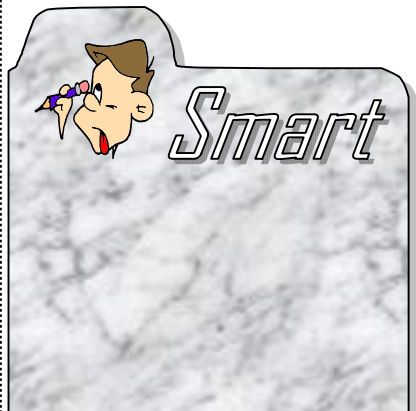
$$\begin{aligned} \text{f(x)} &= 2x^3 - 9x^2 + 12x \\ 6x^2 - 18x + 12 &> 0 \\ x^2 - 3x + 2 &> 0 \rightarrow (x-1)(x-2) > 0 \\ \text{Jadi : } x &< 1 \text{ atau } x > 2 \end{aligned}$$

Info Smart

Jika $y = f(x)$ **Naik**,
maka $f'(x) > 0$

Perhatikan :
Soal UAN 2002
Sama dengan soal
SPMB 2002

Jawaban : E



Soal**Turunan**

6. Nilai maksimum dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 9$ pada interval $0 \leq x \leq 3$ adalah....

A. $9\frac{2}{3}$

B. $9\frac{5}{6}$

D. $10\frac{1}{2}$

C. 10

E. $10\frac{2}{3}$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{✎ } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 9$$

$$f'(x) = x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = 2$$

$$\text{✎ } \text{Uji } x = 0 \text{ (interval bawah)}$$

$$f(0) = 0 - 0 + 0 + 9 = 9$$

$$\text{✎ } x = 1 \text{ (nilai stasioner)}$$

$$f(1) = 1/3 - 2/3 + 2 + 9$$

$$= 11 - 1/3 = 10\frac{2}{3}$$

$$\text{✎ } x = 2 \text{ (nilai stasioner)}$$

$$f(2) = 8/3 - 6 + 4 + 9$$

$$= 7 + 8/3 = 9\frac{2}{3}$$

$$\text{✎ } x = 3 \text{ (interval atas)}$$

$$f(3) = 9 - 27/2 + 6 + 9$$

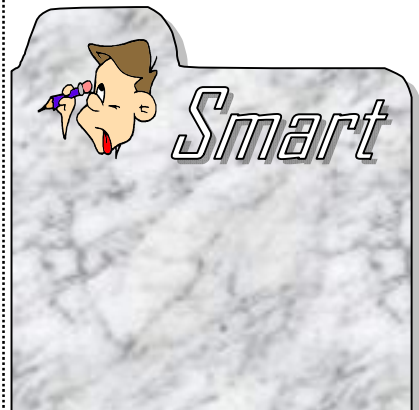
$$= 24 - 13\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$$

$$\text{✎ } \text{Jadi : } f_{\max} = 10\frac{2}{3}$$

Jawaban : E

Info Smart

- ✎ Setiap Soal yang menanyakan nilai "Maximum atau Minimum" arahkan pikiran ke "TURUNAN = 0"



Soal**Turunan**

7. UMPTN 1996

Kurva $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 7$ naik untuk x dengan...

- A. $x > 0$
 B. $-3 < x < 1$
 C. $-1 < x < 3$
 D. $x < -3$ atau $x > 1$
 E. $x < -1$ atau $x > 3$

Solusi Biasa

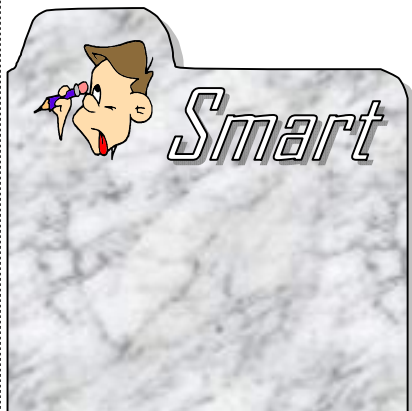
Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 7 \\ & 3x^2 + 6x - 9 > 0 \\ & x^2 + 2x - 3 > 0 \\ & (x+3)(x-1) > 0 \\ & x < -3 \text{ atau } x > 1 \end{aligned}$$

Info Smart

- f) Jika $y = f(x)$ **Naik**,
 maka $f'(x) > 0$
- f) > 0 , artinya "**kecil**
 atau **besar**"

Jawaban : D



Soal**Turunan**

8. UMPTN 1997

Garis singgung melalui titik dengan absis 3 pada kurva

$$y = \sqrt{x+1} \text{ adalah...}$$

- A. $y - 4x + 5 = 0$
 B. $y - 3x - 5 = 0$
 C. $4y - x - 5 = 0$
 D. $3y - 4x - 5 = 0$
 E. $y - x - 5 = 0$

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } y &= \sqrt{x+1}, \text{ absis } (x) \\ &= 3, y = \sqrt{3+1} = 2 \end{aligned}$$

$$y = (x+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$y' = \frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$m = y'_{x=3} = \frac{1}{2}(4)^{-1/2} = \frac{1}{4}$$

✎ Persamaan Garis Singgung :

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 3)$$

$$4y - x - 5 = 0$$

Jawaban : C

Info Smart

- ✎ Turunan $y = f(x)$ adalah $f'(x) = m$
 ✎ Persamaan Garis yang melalui (a, b) dengan gradient m adalah :
 $y - b = m(x - a)$

**Smart**

✎ $absis = x = 3$

maka $y = \sqrt{3+1} = 2$

✎ $(3, 2)$ uji kepilihan :

A. $y - 4x + 5 = 2 - 8 + 5 \neq 0$
(salah)

C. $4y - x - 5 = 8 - 3 - 5 = 0$
(benar)

Berarti Jawaban : C

Soal**Turunan**

9. UMPTN 1997

Diketahui $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ dan $g(x) = x^2 + 3x - 3$ Jika $h(x) = f(x) - 2g(x)$, maka $h'(x)$ adalah...

- A. $4x - 8$
- B. $4x - 2$
- C. $10x - 11$
- D. $2x - 11$
- E. $2x + 1$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✉ } h(x) &= f(x) - 2g(x) \\ &= 3x^2 - 5x + 2 - 2x^2 - 6x + 6 \\ &= x^2 - 11x + 8 \\ h'(x) &= 2x - 11 \end{aligned}$$

Info Smart

✉ Jika $g(x) = x^2 + 3x - 3$
maka :

$$\begin{aligned} 2g(x) &= 2(x^2 + 3x - 3) \\ &= 2x^2 + 6x - 6 \end{aligned}$$

Jawaban : D



Soal

Turunan

10. UMPTN 1997

Jika $f(x) = \frac{3x-2}{x+4}$, maka turunan dari $f^{-1}(x)$ adalah....

A. $\frac{8x-10}{(x-3)^2}$

B. $\frac{10}{(x-3)^2}$

C. $\frac{8x}{(3-x)^2}$

D. $\frac{14-8x}{(x-3)^2}$

E. $\frac{14}{(3-x)^2}$

Solusi Biasa

✎ $f(x) = \frac{3x-2}{x+4}$ inversnya

$$f^{-1}(x) = \frac{-4x-2}{x-3}$$

Missal $y = f^{-1}(x)$, maka :

$$y = \frac{-4x-2}{x-3}$$

$$y' = \frac{u'v - u.v'}{v^2}$$

$$= \frac{-4(x-3) - (-4x-2).1}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{-4x+12+4x+2}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{14}{(x-3)^2}$$

Jawaban : E

Info Smart

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \text{Turunan}$$

dari inversnya :

$$(f^{-1}(x))' = \frac{(ad-bc)}{(cx-a)^2}$$



Smart

✎ $f(x) = \frac{3x-2}{x+4}$

Turunan inversnya :

$$(f^{-1}(x))' = \frac{(3.4 - (-2).1)}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{14}{(3-x)^2}$$

Soal**Turunan**

11. UMPTN 1997

Jika $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{3x-2}$, maka $f'(2) = \dots$

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{8}$

C. $-\frac{1}{4}$ E. $-\frac{1}{2}$

Solusi Biasa

Gunakan info smart :

$$\text{☞ } f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{3x-2}'$$

$$f'(x) = \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x}}(3x-2) - \sqrt{2x} \cdot (3)}{(3x-2)^2}$$

$$f'(2) = \frac{\frac{1}{2}(4) - 2 \cdot (3)}{(4)^2}$$

$$= -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Jawaban : C

Info Smart

$$\text{☞ Diketahui } f(x) = \frac{u}{v}$$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

**Smart**

Soal**Turunan****12. UMPTN 1997**

grafik dari $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ mempunyai garis singgung mendatar pada titik singgung....

- A. $(2, \frac{2}{3})$
 B. $(\frac{2}{3}, 2)$
 C. $(1, \frac{5}{8})$ dan $(\frac{2}{3}, 2)$
 D. $(\frac{5}{8}, 1)$ dan $(2, \frac{2}{3})$
 E. $(2, \frac{2}{3})$ dan $(1, \frac{5}{6})$

Solusi Biasa

Gabungkan dengan info smart :

$$\begin{aligned} \text{✎ } y &= \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x \\ y' &= x^2 - 3x + 2, \text{ mendatar} \\ y' &= 0 \\ x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ (x-2)(x-1) &= 0 \\ x &= 2 \text{ atau } x = 1 \end{aligned}$$

✎ *Pilihan yang terlihat untuk nilai x saja : E*

Info Smart

Soal**Turunan**

13. UMPTN 1998

Jika $f(x) = a \tan x + bx$ dan $f'(\frac{\pi}{4}) = 3$, $f'(\frac{\pi}{3}) = 9$ Maka $a + b = \dots$

- A. 0
 B. 1
 C. $\frac{1}{2} \pi$
 D. 2
 E. π

Solusi Biasa

Gabungkan dengan info smart :

$$\square f(x) = a \tan x + bx$$

$$f'(x) = a \sec^2 x + b$$

$$f'(\frac{\pi}{4}) = 3 \rightarrow 2a + b = 3$$

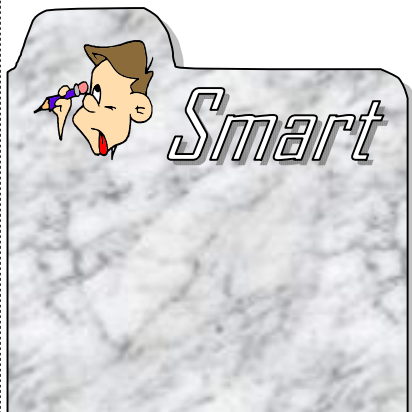
$$f'(\frac{\pi}{3}) = 9 \rightarrow \underline{4a + b = 9} -$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

$$b = -3$$

$$\text{Jadi : } a + b = 3 - 3 = 0$$

Info Smart

Jawaban : A

Soal**Turunan**

14. UMPTN 1999

Jika $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$, $\sin x \neq 0$ dan f' adalah turunan f ,

maka $f'(\frac{1}{2}\pi) = \dots$

- A. -2
 B. -1
 C. 0
 D. 1
 E. 2

Solusi

Gabungkan dengan info smart :


$$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$$

$$= 1 + \cot x$$

$$f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{(\sin \frac{\pi}{2})^2} = -\frac{1}{1^2} = -1$$

Info Smart

 Jika $y = 1 + \cot x$,
 maka :

$$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

**Smart**

Jawaban : B

Soal

Turunan

15. UMPTN 1999/16

Jika nilai stasioner dari $f(x) = x^3 - px^2 - px - 1$ adalah $x = p$, maka $p = \dots$

- A. 0 atau 1
- B. 0 atau $1/5$
- C. 0 atau -1
- D. 1
- E. $1/5$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{f(x)} &= x^3 - px^2 - px - 1 \\ 3x^2 - 2px - p &= 0 \rightarrow x = p \\ 3p^2 - 2p^2 - p &= 0 \\ p^2 - p &= 0 \\ p(p - 1) &= 0 \\ p = 0 &\text{ atau } p = 1 \end{aligned}$$

Info Smart

Stasioner \rightarrow arahkan pikiran ke :
"TURUNAN = 0"



Jawaban : A

Soal**Turunan**

16. UMPTN 1999/15

Grafik dari $y = 5x^3 - 3x^2$ memotong sumbu x di titik P . Jika gradien garis singgung di titik P sama dengan m , maka nilai $2m + 1 = \dots$

- A. $2\frac{1}{5}$
 B. $3\frac{3}{5}$
 C. $4\frac{3}{5}$
 D. $4\frac{4}{5}$
 E. $8\frac{1}{5}$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{☞ } y &= 5x^3 - 3x^2 \\ 5x^3 - 3x^2 &= 0 \\ x^2(5x - 3) &= 0, \rightarrow x = \frac{3}{5} \\ y' &= m = 15x^2 - 6x \\ &= 15\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5} \\ \text{☞ } 2m + 1 &= 2\left(\frac{9}{5}\right) + 1 \\ &= \frac{23}{5} = 4\frac{3}{5} \end{aligned}$$

Jawaban : C

Info Smart

- ☞ Memotong sumbu X ,
berarti : $y = 0$
- ☞ $y = f(x)$, maka
gradient $m = y'$



Soal**Turunan**

17. UMPTN 1999/42


Diberikan suatu kurva dengan persamaan $y = f(x)$ dengan $f(x) = 4 + 3x - x^3$ untuk $x \neq 0$. Nilai maksimum dari $f(x)$ adalah....

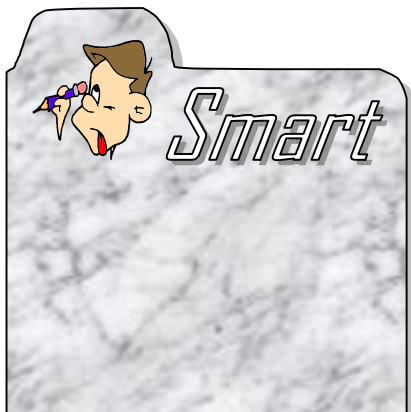
- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7
- E. 8

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad f(x) &= 4 + 3x - x^3 \\ f'(x) &= 3 - 3x^2 \\ 0 &= 3 - 3x^2 \\ x^2 &= 1 \rightarrow x = \pm 1 \\ \text{f)} \quad f(1) &= 4 + 3 \cdot 1 - 1^3 = 6 \\ f(-1) &= 4 - 3 - (-1)^3 = 2 \end{aligned}$$

 Jadi $f(x)$ maksimum = 6

Info Smart

Jawaban : C

Soal**Turunan**

18. Prediksi SPMB

Jika nilai maksimum fungsi $y = x + \sqrt{p - 2x}$ adalah 4,

maka $p = \dots$

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 7
- E. 8

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{✉ } y = x + \sqrt{p - 2x}$$

$$y' = 1 - \frac{2}{2\sqrt{p - 2x}}$$

$$\frac{2}{2\sqrt{p - 2x}} = 1 \text{ Kuadratkan}$$

$$\frac{4}{4(p - 2x)} = 1$$

$$p - 2x = 1$$

$$2x = p - 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}(p - 1)$$

$$\text{✉ } \text{Susupkan ke } y = x + \sqrt{p - 2x}$$

$$4 = \frac{1}{2}(p - 1) + 1$$

$$8 = p - 1 + 2$$

$$p = 7$$

Jawaban : D

Info Smart

✉ Jika $y = \sqrt{u}$, maka

$$y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

✉ Maksimum = 4
,maksudnya : $y = 4$



Soal**Turunan**

19. Prediksi SPMB

Garis singgung di titik (2, 8) pada kurva $f(x) = 2x\sqrt{x+2}$ memotong sumbu x dan sumbu y di titik (a, 0) dan (0, b). Nilai $a+b = \dots$

A. $-1\frac{1}{10}$

B. $-1\frac{1}{5}$

D. $-1\frac{3}{10}$

C. $-1\frac{3}{10}$

E. $-1\frac{3}{5}$

Solusi Biasa

Gabungkan dengan info smart :

$$\text{✎ } f(x) = 2x\sqrt{x+2}$$

$$f'(x) = 2\sqrt{x+2} + 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$

$$m = f'(x) = 4 + \frac{2}{2} = 5$$

✎ PG : melalui (2, 8) dengan gradient 5

$$y - 8 = 5(x - 2)$$

$$x = 0 \rightarrow y = -2 \rightarrow b = -2$$

$$y = 0 \rightarrow x = 2/5 \rightarrow a = 2/5$$

$$\text{✎ } a + b = 2/5 + (-2) = -1\frac{3}{5}$$

Jawaban : E

Info Smart

✎ Jika $y = u \cdot v$, maka
 $y' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$$\text{✎ } f(x) = 2x\sqrt{x+2},$$

$$u = 2x \text{ dan } v = \sqrt{x+2}$$

$$u' = 2 \text{ dan}$$

$$v' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$



Smart

Soal**Turunan**

20. Prediksi SPMB

Turunan fungsi $y = \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4}$ adalah....

- A. $8x\sqrt[3]{3x^2 - 5}$
 B. $8x\sqrt{(3x^2 - 5)^2}$
 C. $12x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^2}$
 D. $12x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4}$
 E. $16x\sqrt[3]{(3x^2 - 5)^2}$

Solusi

$$\text{✎ } y = \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4}, \text{ misal } u = 3x^2 - 5$$

$$u' = 6x$$

$$\text{✎ } y = \sqrt[3]{u^4} = u^{\frac{4}{3}}$$

$$y' = \frac{4}{3} u^{\frac{1}{3}} \cdot u' = \frac{4}{3} (3x^2 - 5)^{\frac{1}{3}} \cdot 6x$$

$$= 8x(3x^2 - 5)^{\frac{1}{3}}$$

Jawaban : A

$$= 8x\sqrt[3]{3x^2 - 5}$$

**Smart**

✎ Perhatikan Triknya :

$$y = \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^4} = \frac{4}{3} \cdot 6x \sqrt[3]{(3x^2 - 5)^{4-3}}$$

$$= 8x\sqrt[3]{3x^2 - 5}$$

Soal

1. Uan 2004/P-7/No.13

$$\text{Nilai dari } \sum_{n=1}^{10} (2n + 10) = \dots$$

- A. 180
B. 190
C. 200
D. 210
E. 220

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{☞ } \sum_{n=1}^{10} (2n + 10) \\ \begin{array}{ccc} n=1 & n=2 & n=10 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (2 \cdot 1 + 10) & + (2 \cdot 2 + 10) & + \dots + (2 \cdot 10 + 10) \\ = 12 + 14 + \dots + 30 \end{array} \end{aligned}$$

☞ Yang terakhir ini merupakan deret aritmetika dengan :

$$\begin{aligned} a &= 12 \\ b &= 14 - 12 = 2 \\ n &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{☞ } S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\ &= \frac{10}{2} (2 \cdot 12 + (10-1) \cdot 2) \\ &= 5(24 + 9 \cdot 2) \\ &= 5(24 + 18) \\ &= 5(42) \\ &= 210 \end{aligned}$$

Jawaban : D

Info Smart

☞ Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

Atau

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

Keterangan :

 n = banyaknya suku a = suku pertama (awal) b = beda U_n = suku ke- n (terakhir)

Smart

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} (2n + 10) &= \frac{10}{2} (12 + 30) \\ &= 5(42) = 210 \end{aligned}$$

Diagram: A dashed oval connects the first term (12) labeled 'awal' and the last term (30) labeled 'akhir'. A horizontal line with a circle around the number 2 is labeled 'angka tetap'.

Awal = ganti n dengan 1Akhir = ganti n dengan 10

Soal

2. Nilai dari $\sum_{k=1}^{100} 2k + \sum_{k=1}^{100} (3k + 2) = \dots$

- A. 25450
 B. 25520
 C. 25700
 D. 50500
 E. 50750

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{☞ } \sum_{k=1}^{100} 2k + \sum_{k=1}^{100} (3k + 2) &= \sum_{k=1}^{100} (5k + 2) \\ &\begin{array}{ccc} n=1 & n=2 & n=100 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ = (5 \cdot 1 + 2) + (5 \cdot 2 + 2) + \dots + (5 \cdot 100 + 2) \\ = 7 + 12 + \dots + 502 \end{array} \end{aligned}$$

☞ Yang terakhir ini merupakan deret aritmetika dengan :

$$\begin{aligned} a &= 7 \\ b &= 12 - 7 = 5 \\ n &= 100 \text{ (} k=1 \text{ sampai } 100 \text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{☞ } S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\ &= \frac{100}{2} (2 \cdot 7 + (100-1) \cdot 5) \\ &= 50 (14 + 99 \cdot 5) \\ &= 50 (14 + 495) \\ &= 50 (509) \\ &= 25450 \end{aligned}$$

Jawaban : A

Info Smart

☞ Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

Atau

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

Keterangan :

n = banyaknya suku

a = suku pertama (awal)

b = beda

U_n = suku ke- n (terakhir)



Smart

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{100} (5k + 2) &= \frac{100}{2} (7 + 502) \\ &= 50(509) = 25450 \end{aligned}$$

Diagram: A dashed arc connects the term $(5k+2)$ at $k=1$ (labeled 'awal') to the term $(5k+2)$ at $k=100$ (labeled 'akhir'). The number 100 is written above the summation symbol. The number 2 is circled below the summation symbol and labeled 'angka tetap'.

Awal = ganti n dengan 1

Akhir = ganti n dengan 100

Barisan dan Deret

Soal

3. Nilai dari $\sum_{k=1}^{100} (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{100} k^2 = \dots$

- A. 5050
- B. 10100
- C. 10200
- D. 100100
- E. 100200

Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \text{☞ } & \sum_{k=1}^{100} (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{100} k^2 \\ &= \sum_{k=1}^{100} (k^2 + 2k + 1 - k^2) \\ &= \sum_{k=1}^{100} (2k + 1) \\ & \quad \begin{array}{ccc} n=1 & n=2 & n=100 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & & \end{array} \\ &= (2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) + \dots + (2 \cdot 100 + 1) \\ &= 3 + 5 + \dots + 201 \end{aligned}$$

☞ Yang terakhir ini merupakan deret aritmetika dengan :

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 5 - 3 = 2 \\ n &= 100 \text{ (} k=1 \text{ sampai } 100 \text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{☞ } S_n &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\ &= \frac{100}{2} (2 \cdot 3 + 99 \cdot 2) \\ &= 50 (6 + 99 \cdot 2) \\ &= 50 (6 + 198) = 10200 \end{aligned}$$

Jawaban : C

Info Smart

☞ Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

Keterangan :

n = banyaknya suku

a = suku pertama (awal)

b = beda

U_n = suku ke- n (terakhir)



$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{100} (2k + 1) &= \frac{100}{2} (3 + 201) \\ &= 50 (204) = 10200 \end{aligned}$$

Diagram showing the summation process with 'akhir' (201) and 'awal' (3) indicated by dashed arrows, and 'angka tetap' (100) indicated by a solid arrow.

Awal = ganti n dengan 1

Akhir = ganti n dengan 100

Soal

4. Ebtanas 2000

Diketahui $\sum_{i=5}^{35} ki = 25$. Nilai $\sum_{i=5}^{35} (4 + ki) = \dots$

- A. 190
B. 180
C. 150
D. 149
E. 145


Solusi

Gunakan info smart :

$$\begin{aligned} \sum_{i=5}^{35} (4 + ki) &= \sum_{i=5}^{35} 4 + \sum_{i=5}^{35} ki \\ &= 4 \cdot 35 - 4 \cdot 4 + 25 \\ &= 140 - 16 + 25 \\ &= 140 + 9 \\ &= 149 \end{aligned}$$

Jawaban : D

Info Smart

 Jumlah dari suatu bilangan asli k

$$\sum_{i=1}^n k = kn$$

$$\sum_{i=1+p}^n k = kn - kp$$

Keterangan :

k = bilangan asli

n = bilangan asli > 1

p = penambahan dari bil. 1



Soal

5. Uan 2004/P-1/No.13

$$\sum_{k=1}^n (3k+1)(k-2) + 4 \sum_{i=1}^n (2i+2) - \sum_{a=1}^n 3a^2 = \dots$$

A. $\frac{1}{2}n(n+3)$

B. $\frac{1}{2}n(n+3)$

C. $\frac{1}{2}n(n+3)$

D. $\frac{1}{2}n(n+3)$

E. $\frac{1}{2}n(n+3)$

Solusi

✉ Batas atas sigma semuanya n , berarti batas bawah sigma dapat kita anggap k atau $i = a = k$, sehingga :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n (3k+1)(k-2) + 4 \sum_{i=1}^n (2i+2) - \sum_{a=1}^n 3a^2 \\ &= \sum_{k=1}^n (3k+1)(k-2) + 4 \sum_{k=1}^n (2k+2) - \sum_{k=1}^n 3k^2 \\ &= \sum_{k=1}^n (3k^2 - 5k - 2 + 8k + 8 - 3k^2) \\ &= \sum_{k=1}^n (3k+6) \\ &= \frac{n}{2}(9+3n+6) \\ &= \frac{n}{2}(3n+15) \\ &= \frac{3}{2}n(n+5) \end{aligned}$$

Jawaban : E

Info Smart

Soal

Barisan dan Deret

6. Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah $S_n = n^2 + \frac{5}{2}n$. Beda dari deret aritmetika tersebut adalah...

A. $-5\frac{1}{2}$

B. -2

C. 2

D. $2\frac{1}{2}$

E. $5\frac{1}{2}$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\boxed{S_n = n^2 + \frac{5}{2}n}$$

$$S_{n-1} = (n-1)^2 + \frac{5}{2}(n-1)$$

$$= n^2 - 2n + 1 + \frac{5}{2}n - \frac{5}{2}$$

$$= n^2 + \frac{1}{2}n - \frac{3}{2}$$

$$\boxed{U_n = S_n - S_{n-1}}$$

$$= n^2 + \frac{5}{2}n - n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$$

$$= 2n + \frac{3}{2}$$

$$U_2 = 2 \cdot 2 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$$

$$U_1 = 2 \cdot 1 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$b = U_2 - U_1 = \frac{11}{2} - \frac{7}{2} = 2$$

Info Smart

$S_n = pn^2 + qn$ suatu deret aritmetika, maka beda = $2p$



$$\boxed{S_n = n^2 + \frac{5}{2}n}$$

$$S_n = 1 \cdot n^2 + \frac{5}{2}n$$

$$b = 2 \cdot 1 = 2$$

Sangat mudahya...

Jawaban : C

Soal

7. Jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah $S_n = 3n^2 - 4n$. Suku ke- n dari deret aritmetika tersebut adalah...
- A. $6n + 2$
 B. $6n - 2$
 C. $6n - 5$
 D. $6n - 7$
 E. $3n - 8$

Solusi

Gunakan info smart :

$$\text{✉ } S_n = 3n^2 - 4n$$

$$\begin{aligned} S_{n-1} &= 3(n-1)^2 - 4(n-1) \\ &= 3(n^2 - 2n + 1) - 4n + 4 \\ &= 3n^2 - 6n + 3 - 4n + 4 \\ &= 3n^2 - 10n + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 3n^2 - 4n - 3n^2 + 10n - 7 \\ &= -4n + 10n - 7 \\ &= 6n - 7 \end{aligned}$$

Jawaban : D

Info Smart

- ✉ Jumlah koefisien variable untuk jumlah n suku pertama **sama dengan** jumlah koefisien variabel untuk suku ke- n



$$\text{✉ } S_n = 3n^2 - 4n$$

Jumlah koefisien :
 $3 + (-4) = -1$

- ✉ Pada pilihan dicari jumlah koefisiennya yang -1 ,
- A. $6 + 2 = 8$ (S)
 B. $6 + (-2) = 4$ (S)
 C. $6 + (-5) = 1$ (S)
 D. $6 + (-7) = -1$ (B)

Jadi jawaban : D

Barisan dan deret

8.. UAN 2003/P-1/No.10

Suatu keluarga mempunyai 6 anak yang usianya pada saat ini membentuk barisan aritmetika. Jika usia anak ke-3 adalah 7 tahun dan usai anak ke-5 adalah 12 tahun, maka jumlah usia enam anak tersebut adalah...

- A. 48,5 tahun
- B. 49,0 tahun
- C. 49,5 tahun
- D. 50,0 tahun
- E. 50,5 tahun



Triks

Info :

- ✎ Suku ke- n deret aritika :
 $U_n = a + (n-a)b$
- ✎ Jumlah n suku pertama
 $S_n = \frac{1}{2} n(2a + (n-1)b)$

$$\text{✎ } U_3 = 7 \dots\dots\dots a + 2b = 7$$

$$U_5 = 12 \dots\dots\dots a + 4b = 12 -$$

$$-2b = -5 \rightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$a + 2 \cdot \frac{5}{2} = 7, \text{ berarti } a = 2$$

$$\text{✎ } S_6 = \frac{1}{2} \cdot 6(2 \cdot 2 + (6-1) \cdot \frac{5}{2}) = 3(4 + 12,5) = 49,5$$

Barisan dan deret

9. SPMB 2002/Reg-II/No.19

Suku ke- n suatu deret adalah $U_n = 4n + 1$. Jumlah sepuluh suku pertama adalah...

- A. 250
- B. 240
- C. 230
- D. 220
- E. 210

Triks

Info :

π

π Jika $U_n = an + b$, maka

$$S_n = \frac{1}{2}an^2 + (b + \frac{1}{2}a)n$$

📁 $U_n = 4n + 1$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{4}{2} \cdot 10^2 + (1 + \frac{4}{2}) \cdot 10 \\ &= 2 \cdot 100 + (1 + 2) \cdot 10 \\ &= 200 + 30 = 230 \end{aligned}$$

Barisan dan deret

10. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 20 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ kali tinggi sebelumnya. Pemandulan ini berlangsung terus menerus hingga bola berhenti. Jumlah seluruh lintasan bola adalah....

- A. 120 m
- B. 140 m
- C. 160 m
- D. 180 m
- E. 200 m



Triks

Info :

✉ Bola jatuh di ketinggian t , dan memantul sebesar $\frac{a}{b}$ kali tinggi sebelumnya, dst....maka Jumlah seluruh lintasan bola sampai berhenti adalah :

$$J = \frac{b+a}{b-a} t$$

✉ $J = \frac{b+a}{b-a} t = \frac{4+3}{4-3} \cdot 20 = 140$

11. SMPB 2002/No. 17

Agar deret geometri $\frac{x-1}{x}, \frac{1}{x}, \frac{1}{x(x-1)}, \dots$ jumlahnya mempunyai limit,

nilai x harus memenuhi...

- A. $x > 0$
- B. $x < 1$
- C. $0 < x < 1$
- D. $x > 2$
- E. $x < 0$ atau $x > 2$



Triks

Info :

📁 Konvergen, syarat :
 $-1 < r < 1$

📁 $\frac{x-1}{x}, \frac{1}{x}, \frac{1}{x(x-1)}, \dots$ $r = \frac{1}{x-1}$

📁 Konvergen, maksudnya : $-1 < r < 1$

$$-1 < \frac{1}{x-1} < 1$$

$$-1 > x-1 > 1, \text{ berarti : } x-1 < -1 \text{ atau } x-1 > 1$$

Jadi : $x < 0$ atau $x > 2$

Barisan dan deret

12. Jika suku pertama dari deret geometri tak hingga adalah a dan jumlahnya 10, maka....

- A. $-10 < a < 0$
- B. $-16 < a < 0$
- C. $0 < a < 0$
- D. $0 < a < 20$
- E. $-8 < a < 20$



Triks

Info :

☞ Deret geometri tak hingga, diketahui
Suku pertama : a
Jumlah tak hingga : S
Maka : $0 < a < 2S$

☞ $0 < a < 2S$
 $0 < a < 2 \cdot 10$
 $0 < a < 20$

Barisan dan deret

13. UMPTN 1996

Dalam suatu barisan geometri, $U_1 + U_3 = p$, dan $U_2 + U_4 = q$, maka $U_4 = \dots$

A. $\frac{p^3}{p^2 + q^2}$

B. $\frac{q^3}{p^2 + q^2}$

C. $\frac{p^3 + q^3}{p^2 + q^2}$

D. $\frac{q^2}{p^2 + q^2}$

E. $\frac{p^2 + q^3}{p^2 + q^2}$

Triks

Info :



Deret Geometri :

Jumlah 2 suku ganjil : $U_1 + U_3 = x$

Jumlah 2 suku genap : $U_2 + U_4 = y$



Maka :

$$U_1 = \frac{x^3}{x^2 + y^2} \rightarrow U_4 = \frac{y^3}{x^2 + y^2}$$

$$U_2 = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} \rightarrow U_3 = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$$

$U_1 + U_3 = p$

$$U_2 + U_4 = q \rightarrow U_4 = \frac{q^3}{p^2 + q^2}$$

Barisan dan deret

14. UMPTN 1996

S_n adalah jumlah n suku pertama deret aritmetik. Jika a adalah suku pertama dan b beda deret itu, maka nilai $S_{n+2} - S_n$ adalah...

- A. $2(a + nb) + 1$
- B. $2a + nb + 1$
- C. $2a + b(2n + 1)$
- D. $a + b(n + 1)$
- E. $a + nb + 1$

Triks

Info :

Jumlah n suku pertama deret Aritmetika adalah :
 $S_n = \frac{1}{2} n(2a + (n - 1)b)$

$S_{n+2} = \frac{1}{2} (n + 2)(2a + (n + 1)b)$
 $S_n = \frac{1}{2} n(2a + (n - 1)b)$ -
 $S_{n+2} - S_n = 2a + (2n + 1)b$

Mudah....aja !

Barisan dan deret

15. UMPTN 1996

Diketahui barisan aritmetik $\log 2, \log 4, \log 8, \dots$
Jumlah delapan suku pertama barisan itu adalah....

- A. $8 \log 2$
- B. $20 \log 2$
- C. $28 \log 2$
- D. $36 \log 2$
- E. $40 \log 2$

Triks

Info :

📁 Jumlah n suku pertama deret Aritmetika adalah :
 $S_n = \frac{1}{2} n(2a + (n - 1)b)$

📁
$$S_8 = \frac{1}{2} 8(2 \log 2 + (8 - 1) \log 2)$$
$$= 4 (9 \log 2) = 36 \log 2$$

16. UMPTN 1997

Suku ke n barisan aritmetika adalah $U_n = 6n + 4$ disetiap antara 2 sukunya disisipkan 2 suku yang baru, sehingga terbentuk deret aritmetika. Jumlah n suku pertama deret yang terjadi adalah....

- A. $S_n = n^2 + 9n$
 B. $S_n = n^2 - 9n$
 C. $S_n = n^2 + 8n$
 D. $S_n = n^2 - 6n$
 E. $S_n = n^2 + 6n$

Triks

Info :

- 📁 Jika $U_n = pn + q \rightarrow$ beda $b = p$
- 📁 Beda setelah deret disisipi dengan k suku, adalah : $b' = \frac{b}{k+1}$

📁 $U_n = 6n + 4 \rightarrow b = 6$

$$b' = \frac{6}{2+1} = 2$$

$$S_n = \frac{1}{2} n(2 \cdot 10 + (n-1) \cdot 2) = n^2 + 9n$$

17. UMPTN 1997

Antara dua suku yang berurutan pada barisan :

3, 18, 33, disisipkan 4 buah bilangan sehingga membentuk barisan aritmetika yang baru. Jumlah 7 suku pertama dari barisan yang terbentuk adalah....

- A. 78
- B. 81
- C. 84
- D. 87
- E. 91



Triks

Info :

- 📁 Jika $Un = pn + q \rightarrow$ beda $b = p$
- 📁 Beda setelah deret disisipi dengan k suku, adalah : $b' = \frac{b}{k+1}$

📁 $3, 18, 33, \dots \quad b = 18 - 3 = 15$

$$b' = \frac{15}{4+1} = 3$$

$$S_7 = \frac{1}{2} 7(2 \cdot 3 + (7-1) \cdot 3) = 7(3+9) = 84$$

Barisan dan deret

18. UMPTN 1997

Diberikan deret geometri tak hingga dengan $U_1 = 1$ dan rasio $r = x^2 - x$. Jika deret tersebut konvergen, maka x memenuhi....

- A. $(\frac{1}{2} - \sqrt{2}) < x < (\frac{1}{2} + \sqrt{2})$
- B. $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}) < x < \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$
- C. $(\frac{1}{2} - \sqrt{3}) < x < (1 + \sqrt{3})$
- D. $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5}) < x < \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$
- E. $(\frac{1}{2} - \sqrt{5}) < x < (1 + \sqrt{5})$



Triks

Info :

📁 Syarat Konvergen :
 $-1 < r < 1$

📁 Konvergen : $-1 < x^2 - x < 1$

$$x^2 - x < 1 \rightarrow x^2 - x - 1 < 0$$

$$\text{Pemb.Nol : } x^2 - x + (-\frac{1}{2})^2 = 1 + (-\frac{1}{2})^2$$

$$(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$$

$$\text{di dapat : } x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) \text{ atau } x = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$$

📁 Jadi $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5}) < x < \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$

Barisan dan deret

19. UMPTN 1997

Jika deret geometri konvergen dengan limit $\frac{-8}{3}$ dan suku ke-2 serta suku ke-4 berturut-turut 2 dan $\frac{1}{2}$, maka suku pertamanya adalah...

- A. 4
- B. 1
- C. $\frac{1}{2}$
- D. -4
- E. -8



Triks

Info :

☞ Limit $\frac{-8}{3}$, maksudnya

$$S_{\infty} = \frac{-8}{3}$$

☞ Deret geometri :

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_4 = ar^3, \text{ dst...}$$

☞
$$\frac{U_4}{U_2} = \frac{ar^3}{ar} \Rightarrow \frac{1}{4} = r^2, r = -\frac{1}{2}$$

☞
$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \rightarrow \frac{-8}{3} = \frac{a}{1+\frac{1}{2}}$$

didapat $a = -4$

Barisan dan deret

20. UMPTN 1998

Kota Subur setiap tahun penduduknya bertambah dengan 10 % dari tahun sebelumnya, bila pada tahun 1987 penduduk kota tersebut berjumlah 4 juta, maka pada tahun 1990 jumlah penduduknya adalah....

- A. 4,551 juta
- B. 5,269 juta
- C. 5,324 juta
- D. 5,610 juta
- E. 5,936 juta



Triks

Info :

📁 Pertumbuhan dalam waktu n periode dan p %, dengan data awal M adalah :

$$Mn = M(1 + p\%)^n$$

📁 Periode 1987 - 1990 $\rightarrow n = 4$

$$\begin{aligned} Mn &= 4(1 + 10\%)^4 \\ &= 4(1 + 0,1)^4 = 5,324 \end{aligned}$$

]

Barisan dan deret

14. UMPTN 1998

Jika r rasio (pembanding) suatu deret geometrik tak hingga yang konvergen dan S jumlah deret geometrik tak hingga :

$$\frac{1}{3+r} + \frac{1}{(3+r)^2} + \frac{1}{(3+r)^2} + \dots, \text{ maka } \dots$$

A. $\frac{1}{4} < S < \frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{8} < S < \frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{3} < S < 1$

D. $\frac{3}{4} < S < \frac{4}{5}$

E. $\frac{1}{5} < S < \frac{4}{5}$



Triks

Info :

📁 Syarat Konvergen :

$$-1 < r < 1$$

📁 Jumlah deret tak hingga

$$: S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

📁 $r = -1 \rightarrow S_{\infty} = \frac{1/2}{1-1/2} = 1$

$r = 1 \rightarrow S_{\infty} = \frac{1/4}{1-1/4} = 1/3$

Jsdi : $1/3 < S < 1$

Barisan dan deret

15. EBTANAS 1999

Sebuah deret hitung diketahui $U_3 = 9$, dan $U_5 + U_7 = 36$, maka beda deret tersebut

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5



Triks

Info :



Jika :

$U_{m_1} = k_1$, dan

$U_{m_2} = k_2$, maka :

$$b = \frac{2k_1 - k_2}{2m_1 - m_2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{2k_1 - k_2}{2m_1 - m_2} = \frac{2 \cdot 9 - 36}{2 \cdot 3 - (5 + 7)} = 3$$

Barisan dan deret

16. UMPTN 1992

Sisi-sisi segitiga siku-siku membentuk barisan aritmetika. Jika sisi miringnya 40, maka siku-siku terpendek sama dengan....

- A. 8
- B. 20
- C. 22
- D. 24
- E. 32



Triks

Info :

✎ Tripel utama Pythagoras :
3, 4, 5 dan 5, 12, 13
kelipatannya :
6, 8, 10 dan 10, 24, 26
dan seterusnya.....

3, 4, 5

📁 Sisi siku-siku yang membentuk deret aritmetika kelipatan :

📁 Sisi miring $5x = 40 \rightarrow x = 8$

📁 Sisi terpendek : $3x = 3 \cdot 8 = 24$

Barisan dan deret

17. UMPTN 1999

Jika $u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + u_9 + u_{11} = 72$, maka

$u_1 + u_6 + u_{11} = \dots$

- A. 12
- B. 18
- C. 36
- D. 48
- E. 54



Triks

Info :

📁 $u_1 + u_3 + u_5 + u_7 + u_9 + u_{11} = 72$

$6a + 30b = 72 \rightarrow 3a + 15b = 36$

📁 $u_1 + u_6 + u_{11} = 3a + 15b = 36$

Barisan dan deret

18. UMPTN 1999

Dari deret geometri diketahui $U_4 : U_6 = p$ dan $U_2 \times U_8 = \frac{1}{p}$, maka $U_1 = \dots$

A. p

B. $\frac{1}{p}$

C. $\oplus p$

D. $\frac{1}{\sqrt{p}}$

E. $p \oplus p$



Triks

Info :

$$\text{✎ } U_4 : U_6 = p \rightarrow r^2 = \frac{1}{p}$$

$$U_2 \times U_8 = \frac{1}{p} \rightarrow a^2 r^8 = \frac{1}{p}$$

$$\text{✎ } a^2 = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{r^8} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{(r^2)^4} = p^3$$

$$\text{✎ } a = p^{3/2} = p\sqrt{p}$$

Barisan dan deret

19. UMPTN 1999

Diketahui p dan q adalah akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + x - a = 0$. Jika p , q dan $\frac{pq}{2}$ merupakan deret geometri, maka a sama dengan...

- A. 2
- B. 1
- C. 0
- D. -1
- E. -2



Triks

Info :

📁 Syarat : deret geometri $D > 0$
 $1 - 8a > 0 \rightarrow$ dipenuhi jika a negative
terlihat hanya option D atau E
di cek nilai $a = -1$
 $2x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow (2x - 1)(x + 1) = 0$
 $p = -1$ atau $q = \frac{1}{2}$
Barisannya : $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ betul geometri

Barisan dan deret

20. UMPTN 1999

Jika dari suatu deret geometri diketahui $u_1 = 2$ dan $S_{10} = 33 S_5$, maka $U_6 = \dots$

- A. 12
- B. 16
- C. 32
- D. 64
- E. 66



Triks

Info :

$$\text{✉ } S_{10} = 33 S_5 \rightarrow \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 33 \frac{a(r^5 - 1)}{r - 1}$$

$$(r^5 - 1)(r^5 + 1) = r^5 - 1$$

$$r^5 = 32, r = 2$$

$$\text{✉ } U_6 = ar^5 = 2 \cdot 2^5 = 2 \cdot 32 = 64$$

Barisan dan deret

21. UMPTN 1999

Jumlah deret tak hingga :

$$1 - \tan^2 30^\circ + \tan^4 30^\circ - \tan^6 30^\circ + \dots + (-1)^n \tan^{2n} 30^\circ + \dots$$

- A. 1
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{3}{2}$
- E. 2



Triks

Info :

☞ $1 - \tan^2 30^\circ + \tan^4 30^\circ - \tan^6 30^\circ + \dots$

$$a = 1, r = -\tan^2 30^\circ = -\frac{1}{3}$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

22. Prediksi SPMB

Jumlah semua bilangan asli antara 1 dan 100 yang habis dibagi 4 tetapi tidak habis dibagi 6 sama dengan....

- A. 668
- B. 736
- C. 768
- D. 868
- E. 1200



Triks

Info :

📁 Habis dibagi 4:

$$4, 8, 12, \dots, 96 \rightarrow n = \frac{96}{4} = 24$$

$$J_1 = \frac{24}{2}(4 + 96) = 1200$$

📁 Habis dibagi 4 dan 6 :

$$12, 24, 36, \dots, 96 \rightarrow n = \frac{96}{12} = 8$$

$$J_2 = \frac{8}{2}(12 + 96) = 432$$

📁 Habis dibagi 4 tetapi tidak habis dibagi 6 adalah :

$$J = J_1 - J_2 = 1200 - 432 = 768$$

Barisan dan deret

23. Prediksi SPMB

Sebuah bola pingpong dijatuhkan ke lantai dari ketinggian 2 meter. Setiap kali setelah bola itu memantul ia mencapai ketinggian tiga per empat dari ketinggian yang dicapai sebelumnya. Panjang lintasan bola tersebut dari pantulan ketiga sampai ia berhenti adalah...

- A. 3,38 meter
- B. 3,75 meter
- C. 4,25 meter
- D. 6,75 meter
- E. 7,75 meter



Triks

Info :

$$\text{📁 } S_{\infty} = \frac{2a}{1-r} = \frac{2 \cdot \frac{27}{32}}{1 - \frac{3}{4}} = 6,75 \text{ m}$$

Barisan dan deret

24. Prediksi UAN/SPMB


Suku tengah barisan aritmetika adalah 25. Jika beda dan suku ke-5 adalah 4 dan 21, maka jumlah semua suku barisan tersebut sama dengan....


- A. 175
- B. 225
- C. 275
- D. 295
- E. 375



Triks

Info :

 Suku Tengah :
 $S_n = n \cdot U_t$

 $U_5 = a + 4b \rightarrow 21 = a + 4 \cdot 4$ didapat $a = 5$
 $S_n = n \cdot U_t \rightarrow \frac{1}{2} n(2a + (n-1)b) = n \cdot U_t$
 $2 \cdot 5 + (n-1) \cdot 4 = 2 \cdot 25$
 $4n - 4 = 50 - 10$
 $n = 9$
 $S_n = 9 \cdot 25 = 225$

Barisan dan deret

25. Prediksi SPMB

Ditentukan rasio deret geometri tak hingga adalah ${}^7\log(4x - 1)$. Jika deret ini mempunyai jumlah (konvergen), maka nilai x yang memenuhi adalah....

- A. $\frac{2}{7} < x < \frac{3}{2}$
- B. $\frac{3}{2} < x < 2$
- C. $\frac{2}{7} < x < 2$
- D. $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$
- E. $\frac{1}{4} < x < 2$



Triks

Info :

$$\begin{aligned} \text{✉ } r &= {}^7\log(4x - 1), \text{Konvergen} \rightarrow -1 < r < 1 \\ -1 &< {}^7\log(4x - 1) < 1 \\ 7^{-1} &< 4x - 1 < 7^1 \\ \frac{1}{7} + 1 &< 4x < 7 + 1 \rightarrow \frac{2}{7} < x < 2 \end{aligned}$$

Barisan dan deret

26. Prediksi SPMB

Jika $(a + 2)$, $(a - 1)$, $(a - 7)$, membentuk barisan geometri, maka rasionya sama dengan....

- A. -5
- B. -2
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 2



Triks

Info :

📁 $(a - 1)^2 = (a + 2)(a - 7)$ karena geometri

$$a^2 - 2a + 1 = a^2 - 5a - 14$$

$$3a = -15 \rightarrow a = -5$$

$$\text{rasio} = \frac{a - 1}{a + 2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

Barisan dan deret

27. Ebtanas 2002 /No.9

$S_n = 2^{n+1}$ adalah jumlah n buah suku pertama dari suatu deret, dan U_n adalah suku ke- n deret tersebut. Jadi $U_n = \dots$

- A. 2^n
- B. 2^{n-1}
- C. 3^n
- D. 3^{n-1}
- E. 3^{n-2}



Triks

Info :

✎ Hubungan Intim antara U_n , S_n dan S_{n-1} adalah :
 $U_n = S_n - S_{n-1}$

✎ $U_n = S_n - S_{n-1} = 2^{n+1} - 2^n = 2^n$

Barisan dan deret

28. Ebtanas 2002 /No.10

Pada sebuah bidang datar terdapat 15 titik yang berbeda. Melalui setiap dua titik yang berbeda dibuat sebuah garis lurus. Jumlah garis lurus yang dapat dibuat adalah....

- A. 210
- B. 105
- C. 90
- D. 75
- E. 65



Triks

Info :

- 📁 2 titik 1 garis
- 3 titik 3 garis
- 4 titik 6 garis dst... $U_n = \frac{1}{2} n(n-1)$
- ✂️ $U_{15} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 15 = 105$